

Câu 1 (3 điểm). Giải các phương trình sau:

a) $2\sin^2 x + \sqrt{3} \sin x \cos x - \cos^2 x = 2$

b) $\frac{1+\cos x}{\cos \frac{x}{2}} = \frac{\sin x}{1-\cos x}$

Câu 2 (1 điểm). Tìm số hạng chứa $x^5 y^5$ trong khai triển nhị thức Newton $\left(x^2 y - \frac{2}{x}\right)^{10}$

Câu 3 (2 điểm). Tô 1 có 8 học sinh giỏi, 5 học sinh khá và 2 học sinh trung bình.

Lấy ngẫu nhiên 5 học sinh, tính xác suất để:

- a) Không có học sinh trung bình.
- b) Có cả học sinh giỏi, học sinh khá và học sinh trung bình.

Câu 4 (1 điểm). Trong mặt phẳng Oxy cho điểm A(1; 3) và đường tròn (C):

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0.$$

Tìm ảnh của đường tròn (C) qua phép vị tự tâm A(1; 3), tỉ số k = -2.

Câu 5 (2 điểm). Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm tam giác SAB và tam giác SAC, M là điểm thuộc cạnh CD sao cho $MD = 3MC$.

- a) Chứng minh rằng $IJ // AD$
- b) Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MIJ). Thiết diện là hình gì? Tại sao?

Câu 6 (1 điểm). Cho hàm số $y = 4(\sin^6 x + \cos^6 x) + \cos 4x + 5\sin 2x + m$. Tìm m để giá trị lớn nhất của hàm số trên $\left[0; \frac{\pi}{3}\right]$ bằng $\frac{13}{4}$.