

Trường THPT chuyên Hà Nội-Amsterdam

ĐỀ THI HỌC KỲ I MÔN TOÁN LỚP 10

Năm học: 2011-2012

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian giao đề).

Bài 1: Cho hàm số: $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ có đồ thị là parabol (P).

- a) Tìm các giá trị của a, b, c sao cho parabol (P) có đỉnh I(-1;4) và cắt Oy tại điểm có tung độ bằng 3.
- b) Với các giá trị a, b, c vừa tìm được ở câu a) hãy:
- Lập bảng biến thiên hàm số và vẽ đồ thị (P).
 - Tìm các giá trị của m để phương trình sau có hai nghiệm phân biệt: $|ax^2 + bx + c| = 5 - m^2$.

Bài 2: Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} mx + y = 2 \\ x + my = 1 + m \end{cases};$$
 với m là tham số.

- a) Giải và biện luận hệ trên theo các giá trị của m.
- b) Tìm các số nguyên m để hệ có đúng một nghiệm (x,y) và nghiệm này thỏa mãn điều kiện (x+y) là số nguyên.

Bài 3:

Cho hình thoi ABCD cạnh a, góc BCD bằng 60° . Gọi G là trọng tâm tam giác BCD, K là trung điểm của AD. Cho điểm I, J thỏa mãn hệ thức:

$$\overrightarrow{IK} + 2\overrightarrow{IB} = \vec{0}, \quad 5\overrightarrow{JG} - 3\overrightarrow{JC} = \vec{0}.$$

- a) Biểu diễn véc tơ $\overrightarrow{BG}$ theo véc tơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}$. Tính độ dài đoạn thẳng CI.
- b) Chứng minh BG vuông góc với IJ.
- c) Xác định vị trí của điểm P trên đường thẳng BD sao cho biểu thức $PK^2 + 2PB^2$ là nhỏ nhất. Tính giá trị nhỏ nhất đó theo a.
- d) (Dành cho các lớp 10 Tin, L₁, L₂, H₁, H₂, Sinh, các lớp còn lại không phải làm câu này).

Tìm tập hợp điểm M thỏa mãn hệ thức:

$$\frac{1}{3}\overrightarrow{MB} \cdot (\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}) - \frac{a^2}{2} = \overrightarrow{MJ} \cdot \overrightarrow{MB} - \frac{1}{3}MB^2.$$

Bài 4: Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn hệ thức: $3a + 3b + c = 12$,

chứng minh rằng: $\frac{1}{a} + \frac{4}{b} + \frac{3}{c} \geq 4$.

Ghi chú về thang điểm:

- Điểm cho các lớp 10A1, A2, P1, P2, N, Tr, Văn, Sử, Địa là 4+ 2+ 3+ 1.
- Điểm cho các lớp 10 Tin, L₁, L₂, H₁, H₂, Sinh là 3+2+4+ 1.