TRƯỜNG THPT CHUYÊN HÀ NỘI AMSTERDAM

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP TOÁN LỚP 12

Học kì I (năm học 2008 - 2009)

Đề số 1:

Bài 1: Cho hàm số $y = x^4 + mx^2 – m – 1$ có đồ thị (C_m) (m là tham số).

a) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số với m = - 1. Từ đó biện luận theo tham số k, số nghiệm của phương trình $4x^2(1 - x^2) = k$

b) Chứng minh rằng (C_m) luôn đi qua hai điểm A, B cố định khi m thay đổi. Tìm m để tiếp tuyến của (C_m) tại A và B song song với đường thẳng

(d): y = 2x.

Bài 2:

a) Với giá trị nào của m thì phương trình sau có 4 nghiệm phân biệt: $\left(\frac{1}{5}\right)^{|x^2-4x+3|} = m^4 – m^2 + 1$

b) Giải phương trình: $\log_{3-2x}(2x^2 – 9x + 9) + \log_{3-x}(4x^2 – 12x + 9) – 4 = 0$

Bài 3:

a) Tìm giới hạn: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x - e^{-x} - 2x}{2x - \sin x}$.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số:

$$y = \left(2+\sqrt{3}\right)^{2x} + \left(2-\sqrt{3}\right)^{2x} - 8.\left[\left(2+\sqrt{3}\right)^{x} + \left(2-\sqrt{3}\right)^{x}\right].$$

Bài 4: Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy bằng a và góc tại đỉnh của mỗi mặt bên bằng 2α.

a) Xác định tâm và tính bán kính, diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD theo a và α.

b) Xác định tâm và tính bán kính của mặt cầu nội tiếp hình chóp S.ABCD theo a và α. Tính thể tích của khối cầu nội tiếp S.ABCD.

c) Tính α để tâm mặt cầu ngoại tiếp và nội tiếp hình chóp S.ABCD trùng nhau.

Bài 5: Cho a + b + c = 1. CMR: $\dfrac{1}{3^a} + \dfrac{1}{3^b} + \dfrac{1}{3^c} \ge 3.\left(\dfrac{a}{3^a} + \dfrac{b}{3^b} + \dfrac{c}{3^c}\right)$

Đề số 2:

Bài 1: Cho hàm số $y = \dfrac{mx^2 + (3m^2 - 2)x - 2}{x + 3m}$ (1) với m là tham số thực.

www.hn-ams.edu.vn

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (1) khi m = 1.

b) Tìm các giá trị của m để góc giữa 2 đường tiệm cận của đồ thị hàm số (1) bằng 45^o.

c) Tìm m để hàm số có cực đại, cực tiểu và $y_{CĐ}.y_{CT} > 0$

Bài 2:

a) Giải và biện luận phương trình: $5^{x^2+2mx+2} - 5^{2x^2+4mx+m+2} = x^2 + 2mx + m$.

b) Giải phương trình: $\log_{2+\sqrt{2}}(\sqrt{x^2+3}-x).\log_{2-\sqrt{2}}(\sqrt{x^2+3}+x) = \log_2(\sqrt{x^2+3}-x)$

Bài 3:

a) Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của: $y = \cos^2 x.\cos 2x$ trên đoạn $[0;\pi]$.

b) Cho hàm số $y = e^{-x}.\sin x$. Hãy tìm x thỏa mãn:

$$y'' + 2y' + 2y + \ln(x^2 - 1) > 0$$

Bài 4: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, các mặt bên cùng tạo với đáy một góc α $(0^o < \alpha < 90^o)$.

a) Tính theo a và α các bán kính R, r của các mặt cầu ngoại tiếp, nội tiếp của hình chóp S.ABC.

b) CMR: $\frac{r}{R} \le \frac{1}{3}$.

Bài 5: Cho $n \ge 0$. CMR: $\log_2(1+2^n) > \log_3(3^n + \sqrt{2^n})$

Đề số 3:

Bài 1: Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + m + 1$ (C_m)

a) Với m = 1:

1) Khảo sát sự biến thiên của (C_1).

2) Viết phương trình tiếp tuyến của (C_1) biết nó đi qua điểm A(-1; -2).

3) Tìm a để phương trình: $x^3 - 3x^2 - a = 0$ có 3 nghiệm phân biệt, trong đó có 2 nghiệm lớn hơn 1.

b) Tìm m để (C_m) nghịch biến trong khoảng (1; 2).

c) Chứng minh rằng (C_m) luôn có cực đại và cực tiểu với mọi $m \ne 0$.

Bài 2: Giải phương trình:

a) $3.8^x + 4.12^x - 18^x - 2.27^x = 0$.

b) $4^{\lg(10x)} - 6^{\lg x} = 2.\ 3^{\lg(100x^2)}$

www.hn-ams.edu.vn

Bài 3:

a) Tính A = $\frac{1}{\log_2 x}+\frac{1}{\log_3 x}+...+\frac{1}{\log_{2008} x}$ với x = 2008!

b) Tính giới hạn: $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{3x^2}.\cos^2 x-1}{x^2}$

Bài 4: Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy bằng a, các cạnh bên tạo với đáy 1 góc 60^o.

a) Tính thể tích của hình chóp.

b) Gọi E là trung điểm của cạnh SC, một mặt phẳng đi qua AB và điểm E chia khối chóp thành 2 phần. Tính tỉ số thể tích của 2 phần đó.

c) Xác định tâm và tính bán kính của hình cầu ngoại tiếp chóp S.ABCD. Tính diện tích mặt cầu và thể tích khối cầu ngoại tiếp đó.

Bài 5: Cho hàm số: $y=\left|\log_{2x^2-1}(7-2x^2)+\log_{7-2x^2}(2x^2-1)\right|$

a) Tìm miền xác định của y.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của y. Tìm tất cả các giá trị của x để y đạt giá trị nhỏ nhất đó.

Đề số 4:

Bài 1:

a) Khảo sát hàm số: y = f(x) = $\frac{x+3}{x-1}$ (H)

b) Lập phương trình các tiếp tuyến của đồ thị (H) biết rằng trong hệ tọa độ Đêcác vuông góc chúng vuông góc với đường thẳng x – y = 1000.

c) Biện luận theo k số nghiệm của phương trình: |f(x)| = k.

Bài 2:

a) Tính đạo hàm bậc n của hàm số sau: $y = \ln(x^2 - 5x + 6)$.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số y = sin2x – x trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$.

Bài 3:

a) Giải bất phương trình: $25^{2x-x^2+1}+9^{2x-x^2+1}\geq 34.15^{2x-x^2}$

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}x^3+y^3=16\\x-y=(\log_2 y-\log_2 x)(2+xy)\end{cases}$.

Bài 4: Cho tứ diện đều S.ABC có đường cap SH, I là trung điểm của SH.

www.hn-ams.edu.vn

a) CMR: điểm I, trọng tâm T của tam giác ABC và tâm hình cầu ngoại tiếp tứ diện I.ABC thẳng hàng.

b) Tính bán kính của hình cầu nội tiếp tứ diện I.ABC theo cạnh a của tứ diện đều S.ABC.

c) CMR 3 đường thẳng AI, BI, CI từng đôi một vuông góc với nhau.

Bài 5: Chứng minh các bất đẳng thức sau đây luôn đúng $\forall x \in [0; 1]$.

a) $1 - x \le e^{-x} \le 1 - x + \frac{x^2}{2}$.

b) $-x < \frac{e^{-x^2}}{1+x} \le 1 - x + \frac{x^4}{2(1+x)}$

Đề số 5:

Bài 1: Cho hàm số: $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$.

a) Khảo sát hàm số trên và vẽ đồ thị (C).

b) Tìm các điểm trên (C) có tọa độ nguyên.

c) CMR: tiếp tuyến với (C) tại 1 điểm bất kì trên (C) luôn tạo với 2 tiệm cận 1 tam giác có diện tích không đổi.

d) Biện luận theo m số nghiệm phương trình:

$$\frac{x^2 - |x| + 1}{|x| - 1} = 2m + 1.$$

Bài 2:

a) Cho hàm số $y = \ln(\sin x)$. Giải phương trình: $y' + y''.\sin x = 0$.

b) Cho a, b, c >1. CMR: $\frac{\log_b a^2}{a+b} + \frac{\log_c b^2}{b+c} + \frac{\log_a c^2}{c+a} \ge \frac{9}{a+b+c}$.

Bài 3: Giải các phương trình và bất phương trình sau:

a) $9^{\cot x} + 3^{\cot x} - 2 = 0$.

b) $\log_5(5^x - 1).\log_{25}(5^{x+1} - 5) = 1$.

c) $(\log_2 x)^4 - \left(\log_{\frac{1}{2}} \frac{x^3}{8}\right)^2 + 9\left(\log_2 \frac{32}{x^2}\right) < 4\left(\log_{\frac{1}{2}} x\right)^2$

Bài 4: Cho tam diện ba mặt vuông Oxyz. Lấy lần lượt trên Ox, Oy, Oz các điểm P, Q, R khác O. Gọi A, B, C theo thứ tự là trung điểm của PQ, QR, RP.

a) CMR các mặt của khối tứ diện O.ABC là những tam giác bằng nhau.

b) Cho OP = a, OQ = b, OR = c. Tính thể tích tứ diện O.ABC.

www.hn-ams.edu.vn

c) Tìm tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện O.ABC.

d) CMR tồn tại một mặt cầu tiếp xúc với cả 4 mặt của tứ diện O.ABC. Tìm tâm mặt cầu đó.

Bài 5: Cho hàm số $y = \left| \frac{9}{4}\left(\frac{5^x + 5^{-x} - 2}{5^x + 5^{-x} + 2}\right) + 5.\frac{3}{2}\left(\frac{5^x - 1}{5^x + 1}\right) + 6 \right|$.

Tính giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn [-1; 1]

Đề số 6:

Bài 1: Cho hàm số $y = (2m - 1)x^4 - 3mx^2 + m + 1$.

a) Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số ứng với m = 1.

b) Dựa vào đồ thị (C) và phép biến đổi đồ thị, hãy tìm tất cả các giá trị của k để phương trình: $|x^4 - 3x^2 + 2| = k$ có 6 nghiệm phân biệt.

c) Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số có đúng 3 cực trị.

Bài 2: Tính đạo hàm các hàm số sau trên khoảng xác định của chúng:

a) $y = e^x.\ln(\sin x)$ b) $y = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)$

c) $y = \log_{\tan 3x}\left[\tan\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + \tan x + \tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right)\right]$

Bài 3: Giải các phương trình và bất phương trình:

a) $5^{1+x} - 5^{1-x} + 24 \geq 0$

b) $\log_2(4^x + 1) = x + \log_2(2^{x+3} - 6)$

c) $\log_x 2.\ \log_{2x} 2.\ \log_2 4x > 1$

Bài 4: Cho tam giác AIB có IA = IB = 2a, $\angle AIB = 120^o$. Trên đường thẳng Δ vuông góc với mp (AIB) tại I, lấy các điểm C và D sao cho ABC là tam giác vuông, ABD là tam giác đều.

a) Tính thể tích và diện tích toàn phần của tứ diện ABCD.

b) Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD.

c) Tính bán kính mặt cầu nội tiếp tứ diện ABCD.

Bài 5: Tìm nghiệm của phương trình: $(x + 2005).(x - 1981) = 3^y - 81$.

Đề số 7:

Bài 1: Cho hàm số: $y = x^3 - 3x$.

a) Khảo sát đồ thị (C) của hàm số.

www.hn-ams.edu.vn

b) CMR khi m thay đổi, họ đường thẳng (d) có phương trình: y = mx + m + 2 luôn cắt (C) tại điểm A cố định.

c) Tìm m để (d) cắt (C) tại 3 điểm phân biệt A, B, C sao cho các tiếp tuyến của (C) tại B và C vuông góc với nhau.

Bài 2:

a) Giải phương trình: $\log_2[(x^2 - x)(x + 1)^2] = \log_2(x^2 - x).\log_2(x + 1)^2 + 1$.

b) Giải bất phương trình: $4x^2 + x.2^{x^2+1} + 3.2^x > x^2.2^{x^2} + 8x + 12$.

Bài 3: Cho phương trình: $m.4^{|x+1|} + 8.9^{|x+1|} = 35.6^{|x+1|}$

a) Giải phương trình với m = 27.

b) Xác định m để phương trình có nghiệm.

Bài 4: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật tâm O. AB = a, BC = 2a, SO ⊥ (ABCD) và góc giữa SB với (ABCD) bằng 60^o.

a) Xác định tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

b) Tính khoảng cách giữa AB và (SCD).

c) Tính tan của góc giữa SA và (SCD).

Bài 5:

a) Cho hàm số $y = x^2 + \ln x + \cos 2x$. Tính y', y'', $y^{(n)}$.

b) Cho $y = e^{ax+b}$. Tính $y^{(n)}$.

c) Cho $y = \ln(ax + b)$. Tính $y^{(n)}$.

Đề số 8:

Bài 1: Cho hàm số: $y = \dfrac{(m+1)x^2 - 2mx - m^3 + m^2 + 2}{x - m}$ (C_m)

a) Với m = 1 khảo sát hàm số và vẽ đồ thị (C_1).

b) Tìm các điểm trên trục hoành mà từ đó kẻ đúng 1 tiếp tuyến với (C_1).

c) Tìm m để (C_m) đạt cực đại và cực tiểu trong khoảng (0; 2). Viết phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị.

d) CMR: tiệm cận xiên của (C_m) luôn tiếp xúc với parabol:

$$y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{4}.$$

Bài 2: Cho phương trình: $7^{-|x+3|} - 4.7^{-\frac{1}{2}|x+3|} - m = 0$. (1)

a) Giải phương trình với m = -3

www.hn-ams.edu.vn

b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có nghiệm.

Bài 3:

a) Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận xiên của đồ thị hàm số: $y = \sqrt{x^2 + 2x + 3} - x$

b) Giải phương trình: $\log_{2x-1}(2x^2 + x - 1) + \log_{x+1}(2x - 1)^2 = 4$.

Bài 4: Cho lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy ABC là tam giác vuông cân ở A. Biết AB = AC = a, AA' = $a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của AB và (α) là mặt phẳng đi qua M, vuông góc với CB'.

a) CMR: mp(ABC') $\perp$ mp(ACC'A').

b) Tính góc giữa đường thẳng CB' và mặt phẳng (ACC'A').

c) Tính khoảng cách giữa AA' và CB'.

d) Xác định và tính diện tích thiết diện của lăng trụ do (α) cắt tạo thành.

Bài 5: Giải và biện luận bất phương trình sau theo a:

$$\log_{2+\sqrt{3}} \sqrt{x^2 - 3x + 2} + \log_{2-\sqrt{3}} \sqrt{x-2} > \log_{7+4\sqrt{3}} (ax - 5)$$

Đề số 9:

Bài 1: Cho hàm số $y = x^4 - mx^2 + m - 2$ có đồ thị (C_m).

a) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số với m = 2.

b) CMR khi m thay đổi thì đồ thị (C_m) luôn đi qua 2 điểm cố định M_1, M_2.

c) Tìm m để các tiếp tuyến với (C_m) tại M_1, M_2 vuông góc với nhau.

Bài 2:

a) Giải phương trình: $\log_3(9^x + 1) = \log_3 (3^{x+3} - 25) + x$.

b) Giải bất phương trình: $5.25^{\frac{1}{x}} + 3.10^{\frac{1}{x}} \geq 2.4^{\frac{1}{x}}$

Bài 3:

a) Cho hàm số $y = e^{-\sin x}$. CMR: $y'\cos x - y\sin x + y'' = 0$.

b) Cho hàm số $y = \ln\frac{1}{1+x}$. CMR: $xy' + 1 = e^y$.

Bài 4: Cho hình chóp S. ABCD có đáy ABCD là hình vuông tâm O, cạnh bằng a, mặt bên SAB là tam giác đều và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm của AB.

a) Xác định đường cao của hình chóp. CMR: (SBC) $\perp$ (SAB).

b) Xác định tâm và tính bán kính của hình cầu ngoại tiếp hình chóp.

www.hn-ams.edu.vn

c) (α) là mặt phẳng đi qua AB và vuông góc với mp(SCD). Xác dịnh thiết diện của hình chóp bị cắt bởi mp(α). Tính tỉ số thể tích của 2 khối đa diện do (α) cắt hình chóp tạo ra.

Bài 5: CMR với mọi $x \in R$ ta có:

$\left(\frac{12}{5}\right)^x + \left(\frac{15}{4}\right)^x + \left(\frac{20}{3}\right)^x \geq 3^x + 4^x + 5^x$. Khi nào đẳng thức xảy ra?

Đề số 10:

Bài 1: Cho hàm số $y = \frac{-x^2 + mx - m^2}{x - m}$ (C_m).

a) Với m = 1 khảo sát và vẽ đồ thị (C_1).

b) Tìm m để (C_m) có cực đại và cực tiểu. Viết phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực đại và cực tiểu của (C_m).

c) Tìm các điểm trên mặt phẳng tọa độ sao cho có đúng 2 đường của họ (C_m) đi qua.

Bài 2: Giải bất phương trình:

a) $(x^2 + x + 1)^{x^2 - 5x + 8} \geq (x^2 + x + 1)^2$

b) $\log_2 x.\log_3 2x + \log_3 x.\log_2 3x \geq 0$.

Bài 3:

a) Cho $\log_a x$, $\log_b x$, $\log_c x$ lập thành cấp số cộng. CMR: $c^2 = (ac)^{\log_a b}$

b) Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số: $y = \frac{\ln^2 x}{x}$ với $x \in [1; e^3]$

Bài 4: Cho tam giác cân ABC có góc BAC = 120^o và đường cao AH = $a\sqrt{2}$. Trên đường thẳng Δ vuông góc với (ABC) tại A lấy 2 điểm I và J nằm về 2 phía của điểm A sao cho IBC là tam giác đều và JBC là tam giác vuông cân.

a) Tính theo a độ dài các cạnh của tam giác ABC.

b) CMR: BIJ, CIJ là các tam giác vuông.

c) Xác định tâm và tính theo a thể tích của khối cầu ngoại tiếp tứ diện IJBC.

d) Xác định tâm và tính theo a bán kính của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện IABC.

Bài 5: Tìm *m* để phương trình sau có đúng 2 nghiệm thực phân biệt:

$$\sqrt[4]{2x-2} + \sqrt{2x-2} + 2\sqrt[4]{7-x} + 2\sqrt{7-x} = m \ (m \in R)$$

ĐỀ SỐ 11

Bài 1: Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ (1)

www.nn-ams.edu.vn

a) Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).

b) Tìm a để đường thẳng : y = a(x - 3) cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt trong đó có ít nhất một giao điểm có hoành độ lớn hơn 1.

Bài 2:

a) Xác định tham số a để phương trình sau có nghiệm

$$\log_3(x+\sqrt{5-a})+\log_{\frac{1}{3}}(a-2-x)=\log_9 4$$

b) Giải hệ bất phương trình $\begin{cases}-x^3-3x^2+9x+10<0\\ x^4+5x^3+5x^2+5x+4<0\end{cases}$

Bài 3:

a) Chứng minh rằng phương trình: $x^{x+1} = (x+1)^x$ có nghiệm dương duy nhất.

b) Giải phương trình : $2008^x+2010^x=2.2009^x$

Bài 4: Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng a

a) Tính thể tích của khối chóp và khoảng cách giữa 2 đường thẳng AB và SC theo a.

b) Gọi E, K lần lượt là trung điểm các cạnh AD và BC. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện SEBK.

Bài 5:

a) Cho x,y,z là ba số dương có tổng bằng 1.Chứng minh rằng :

$$\frac{1}{\sqrt[4]{x}}+\frac{1}{\sqrt[4]{y}}+\frac{1}{\sqrt[4]{z}}\geq\sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt[4]{1+x}}+\frac{1}{\sqrt[4]{1+y}}+\frac{1}{\sqrt[4]{1+z}}\right)$$

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số:

y = 6.cosx + 7.cos2x + 4.cos4x + cos8x – 1 .

Đề số 12

Bài 1: Cho hàm số $y=x^4+2(m-2)x^2+m^2-5m+5$ (1)

a) Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi m = 1.

b) Tìm m để đồ thị hàm số (1) có các điểm cực đại, điểm cực tiểu tạo thành một tam giác đều.

Bài 2:

a) Giải phương trình: $(1+\cos x)(1+\cos 2x)(1+\cos 3x)=\frac{1}{2}$

b) Giải hệ phương trình:

www.nn-ams.edu.vn

$$\begin{cases} 2\log_{1-x}(-xy-2x+y+2)+\log_{2+y}(x^2-2x+1)=6 \\ \log_{1-x}(y+5)-\log_{2+y}(x+4)=1 \end{cases}$$

Bài 3: Cho x, y, z là các số thực thoả mãn: $3^{-x}+3^{-y}+3^{-z}=1$.

Chứng minh rằng: $\frac{9^x}{3^x+3^{y+z}}+\frac{9^y}{3^y+3^{z+x}}+\frac{9^z}{3^z+3^{x+y}}\geq\frac{3^x+3^y+3^z}{4}$.

Bài 4: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, với AB = a, AD = $a\sqrt{2}$, SA = a và SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SC, I là giao điểm của BM và AC.

a) Chứng minh rằng mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (SMB).

b) Chứng minh rằng mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (SMB).

c) Tính thể tích của khối tứ diện ANIB.

Bài 5:

a) Giải các bất phương trình sau:

$$\sqrt{x-1}+\sqrt{4-x^2}+tg\frac{\pi x}{4}>1.$$

b) Giải phương trình: $(\sqrt{3})^x-2^{x-1}=1$.

www.hn-ams.edu.vn