**Trường THPT chuyên Hà Nội-Amsterdam**

# ĐÁP ÁN ĐỀ THI HỌC KỲ I MÔN TOÁN LỚP 10
# Năm học 2011-2012.

**Bài 1**:
(các lớp 10A1, A2, P1, P2, N, Tr, Văn, Sử , Địa: 4 điểm
các lớp 10 Tin, $L_1$, $L_2$, $H_1$, $H_2$, Sinh: 3 điểm)

a) (các lớp 10A1, A2, P1, P2, N, Tr, Văn, Sử , Địa: 2 điểm
các lớp 10 Tin, $L_1$, $L_2$, $H_1$, $H_2$, Sinh: 1 điểm)

(P) cắt Oy tại C(0,3) nên c=3.

(P) có đỉnh I(-1,4) nên $\begin{cases} \dfrac{-b}{2a} = -1 \\ a - b + c = 4 \end{cases}$

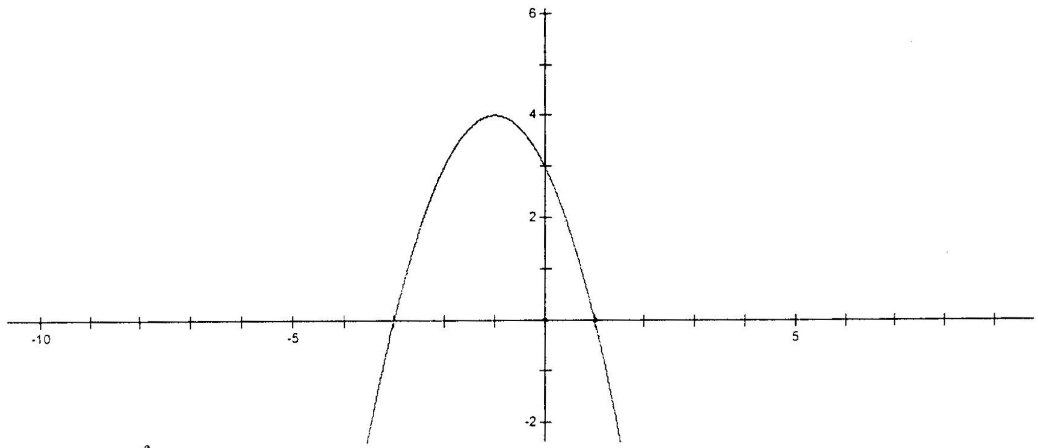
Giải hệ ta được a= -1, b= -2.
Vậy (P) có phương trình : $y=-x^2-2x+3$.

b)
b-i) (1 điểm)

+TXĐ : R
+ Bảng biến thiên :

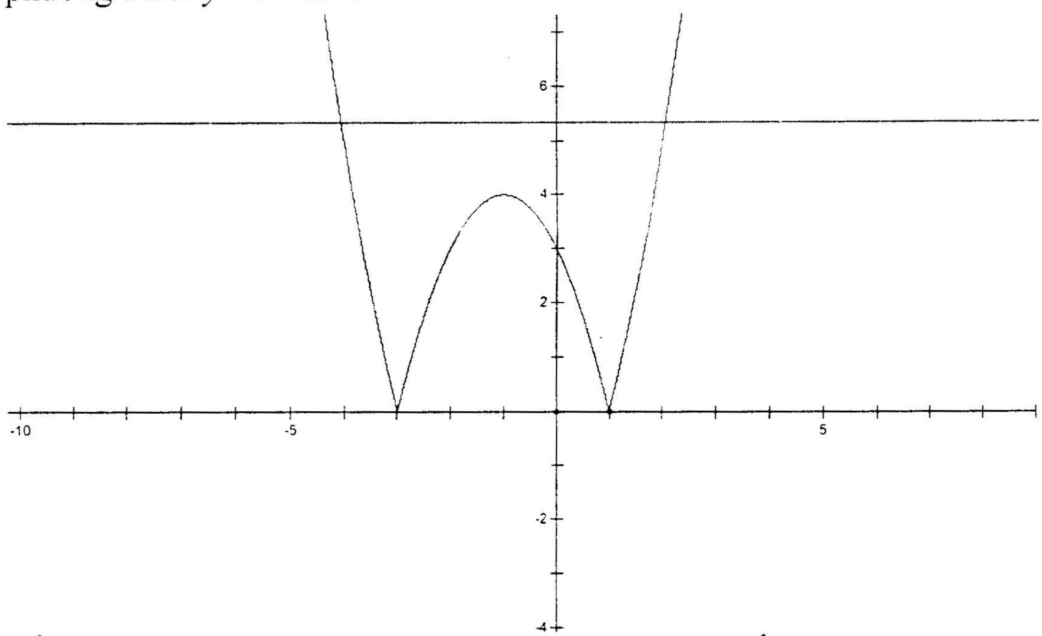
| x | $-\infty$ | | -1 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| y | | | 4 | | |
| | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | |
| | $-\infty$ | | | | $-\infty$ |

+ Vẽ đồ thị




b-ii) (1 điểm)

Số nghiệm của phương trình $\left|-x^2-2x+3\right|=5-m^2$ (*)là số điểm chung của đồ thị ($\mathcal{G}$) hàm số $y=\left|-x^2-2x+3\right|$ và đường thẳng ($\Delta$)có phương trình $y=5-m^2$.




Để phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt thì $(\Delta)$cắt ($\mathcal{G}$) tại hai điểm. Điều kiện là : $\left[\begin{array}{l}5-m^2=0\\5-m^2\succ 4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=\pm\sqrt{5}\\-1\prec m\prec 1\end{array}\right.$

**Bài 2** : (2 điểm)

a) (1 điểm)

Hệ đã cho là hệ bậc nhất hai ẩn, ta có các định thức :

$$D=\begin{vmatrix} m & 1 \\ 1 & m \end{vmatrix}=m^2-1; D_x=\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1+m & m \end{vmatrix}=m-1; D_y=\begin{vmatrix} m & 2 \\ 1 & m+1 \end{vmatrix}=m^2+m-2$$

-Nếu $D \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 1$, hệ có nghiệm duy nhất : $\begin{cases} x=\dfrac{1}{m+1} \\ y=\dfrac{m+2}{m+1} \end{cases}$.

-Nếu $D=0 \Leftrightarrow m=\pm 1$,

+m=1 : $D_x=D_y=0$, hệ vô số nghiệm : $\begin{cases} x \in R, \\ y=2-x \end{cases}$.

+m=-1 : $D_x=-2 \neq 0$, hệ vô nghiệm.

*Trả lời*

$m \neq \pm 1$: hệ có nghiệm duy nhất $\begin{cases} x=\dfrac{1}{m+1} \\ y=\dfrac{m+2}{m+1} \end{cases}$.

$m=1$: hệ vô số nghiệm $\begin{cases} x \in R, \\ y=2-x \end{cases}$.

$m=-1$: hệ vô nghiệm.

b) (1 điểm)

$m \neq \pm 1$: hệ có nghiệm duy nhất $\begin{cases} x=\dfrac{1}{m+1} \\ y=\dfrac{m+2}{m+1} \end{cases}$

Ta có : $x+y=\dfrac{m+3}{m+1}=1+\dfrac{2}{m+1}$.

Để m và x+y nguyên thì m+1 là ước số của 2,

Các ước số của 2 là -1, 1, -2, 2; suy ra m= -2 , 0, -3 , 1

Vì $m \neq \pm 1$ nên các giá trị của m thỏa mãn đề bài lần lượt là: -2 , 0, -3.

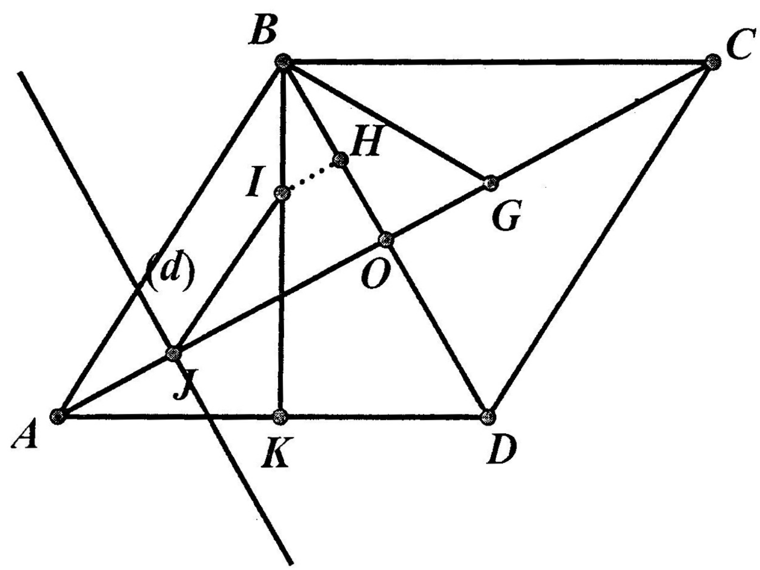
*Trả lời*

Vậy các giá trị của m thỏa mãn đề bài là : -3, -2, 0.

**Bài 3 :**

(các lớp 10A1, A2, P1, P2, N, Tr, Văn, Sử , Địa: 3 điểm

các lớp 10 Tin, $L_1$, $L_2$, $H_1$, $H_2$, Sinh: 4 điểm)




a) (1 điểm)

-Ta có : $\overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

Từ

$$\overrightarrow{IK} + 2\overrightarrow{IB} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{BI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BK} \Rightarrow BI = \frac{a\sqrt{3}}{6} \Rightarrow CI = a\sqrt{\frac{13}{12}}$$

b) (1 điểm)

$+\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{AJ} - \overrightarrow{AI}$

$+\quad \overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AK}\right) = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AD}$

+Từ $5\overrightarrow{JG} - 3\overrightarrow{JC} = \vec{0}$, ta được $\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{6}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})$

+Vậy $\overrightarrow{IJ} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \Rightarrow IJ // AB$

+ Mà $BA \perp BG \Rightarrow IJ \perp BG$.

c) (1 điểm)

Ta có:

$$Y = PK^2 + 2PB^2 = \overrightarrow{PK}^2 + 2\overrightarrow{PB}^2 = (\overrightarrow{PI} + \overrightarrow{IK})^2 + 2(\overrightarrow{PI} + \overrightarrow{IB})^2$$

$$= 3PI^2 + 2\overrightarrow{PI}(\overrightarrow{IK} + 2\overrightarrow{IB}) + \overrightarrow{IK}^2 + 2\overrightarrow{IB}^2 = 3PI^2 + \overrightarrow{IK}^2 + 2\overrightarrow{IB}^2$$

Vì I, B, K cố định nên IK, IB không đổi. Y nhỏ nhất khi và chỉ khi PI nhỏ nhất. Do P chạy trên BD cố định nên để PI nhỏ nhất thì P trùng với hình chiếu H của I lên BD.

Khi đó $Y = HK^2 + 2HB^2 = \frac{7}{16}a^2 + 2.(\frac{a}{4})^2 = \frac{9}{16}a^2$

d) (1 điểm)

$$\frac{1}{3}\overrightarrow{MB}.(\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}) - \frac{a^2}{2} = \overrightarrow{MJ}.\overrightarrow{MB} - \frac{1}{3}MB^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}\overrightarrow{MB}.(\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}) - \overrightarrow{MJ}.\overrightarrow{MB} = \frac{a^2}{2}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MG} - \overrightarrow{MJ}.\overrightarrow{MB} = \frac{a^2}{2}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MB}.\overrightarrow{JG} = \frac{a^2}{2} (*)$$

Gọi L, O là hình chiếu của M, B lên JG, khi đó O chính là tâm hình thoi.

Khi đó, $(*) \Leftrightarrow (\overrightarrow{ML} + \overrightarrow{LO} + \overrightarrow{OB}).\overrightarrow{JG} = \frac{a^2}{2} \Leftrightarrow \overrightarrow{LO}.\overrightarrow{JG} = \frac{a^2}{2} (**)$

Vì $JG = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ nên $LO = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Mặt khác, từ (**) $\overrightarrow{LO}$ và $\overrightarrow{JG}$ cùng hướng.

Do đó L trùng với J. Vậy tập hợp điểm M là đường thẳng (d) qua J và vuông góc với JG.

**Bài 4**: (1 điểm)

-Chứng minh bất đẳng thức: cho x, y là hai số thực dương, ta luôn có: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y}$, dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi x= y.

- Áp dụng bất đẳng thức trên cho, ta có:

$$\frac{1}{a} + \frac{4}{b} + \frac{3}{c} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\frac{b}{2}} + \frac{1}{\frac{b}{2}} + \frac{1}{\frac{c}{3}} \geq \frac{4}{a + \frac{b}{2}} + \frac{4}{\frac{b}{2} + \frac{c}{3}} \geq 4(\frac{4}{a + \frac{b}{2} + \frac{b}{2} + \frac{c}{3}}) = 4$$

-dấu bằng xảy ra khi a= 1, b= 2, c= 3.