

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI
TRƯỜNG THPT CHUYÊN HÀ NỘI - AMSTERDAM

ĐỀ THI HỌC KỲ I MÔN TOÁN LỚP 11

NĂM HỌC 2009 – 2010

THỜI GIAN LÀM BÀI 120 PHÚT

Câu 1. (2 điểm) Giải phương trình $\cot x - \tan x + 4 \sin 2x = \frac{2}{\sin 2x}$.

Câu 2. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC với $A(1; 2), B(-1; 0), C(-3; 4)$.

a) (0.5 điểm) Gọi A', B', C' tương ứng là ảnh của điểm A, B, C qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{u}(1, 2)$. Hãy tìm tọa độ trọng tâm G' của tam giác $A'B'C'$.

b) (1 điểm) Gọi P, Q, R tương ứng là ảnh của các điểm A, B, C qua phép vị tự tâm $I(0; 1)$, tỷ số $k = 2$. Tìm tọa độ các điểm P, Q, R .

Câu 3. a) (1 điểm) Tính hệ số của x^8 trong khai triển nhị thức Newton của $\left(\frac{1}{x^3} + \sqrt{x^5}\right)^n$ biết rằng $C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n = 7(n+3)$.

b) (1.5 điểm) Từ các số 1, 2, 3, 4, 5 hỏi có thể lập được bao nhiêu số có ba chữ số đôi một khác nhau và nhỏ hơn 245.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, đáy lớn AD . Gọi M, N, E lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AB, CD, SA .

a) (0.5 điểm) Dựng thiết diện hình chóp $S.ABCD$ khi cắt bởi mặt phẳng (MNE) .

b) (1 điểm) Chứng minh rằng SC song song với mặt phẳng (MNE) . Gọi F là giao điểm mặt phẳng (MNE) với SD , đường thẳng AF có song song với mặt phẳng (SBC) hay không?

c) (1.5 điểm) Cho M, N là hai điểm cố định lần lượt nằm trên các cạnh AB, CD sao cho MN song song với AD và E, F là hai điểm di động lần lượt trên các cạnh SA, SD sao cho EF song song với AD . Gọi I là giao điểm của ME và NF thì I di động trên đường nào?

Câu 5. (1 điểm) Tìm m để phương trình $\cos 2x - 4 \sin x + m + 1 = 0$ có nghiệm thỏa mãn $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

Ghi chú: Học sinh các lớp 11A1; 11A2; 11S; 11N-T; 11V; 11Đ; 11P1; 11P2 không phải làm Câu 5. Khi đó biểu điểm các câu 3a) là 1.5 điểm, câu 3b) là 2 điểm. Các câu còn lại giữ nguyên.

ĐÁP ÁN ĐỀ THI HỌC KỲ I MÔN TOÁN LỚP 11

Câu 1. (2 điểm) Điều kiện $\sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}$.

$$\text{Phương trình} \Leftrightarrow \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin x \cos x} + 4 \sin 2x = \frac{2}{\sin 2x}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 1 (l) \\ \cos 2x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện ta được nghiệm của phương trình $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi$.

Câu 2. a) (0.5 điểm) Gọi G và G' tương ứng là trọng tâm ΔABC và $\Delta A'B'C'$. Ta có:

$$\overrightarrow{GG'} = \vec{u} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{G'} = -\frac{3}{3} + 1 = 0 \\ y_{G'} = \frac{6}{3} + 2 = 4 \end{cases}. \text{ Vậy } G'(0, 4)$$

Hướng dẫn chấm: Nếu đi tính $A'; B'; C'$ sau đó mới suy ra tọa độ G' thì bị trừ 0.25 điểm.

Chú ý: Nếu học sinh coi đề là $C(3; 4)$ thì vẫn cho điểm tối đa nếu làm đúng.

$$\text{b) (1 điểm) Ta có } \begin{cases} V_{(I, 2)}(A) = P \\ V_{(I, 2)}(B) = Q \\ V_{(I, 2)}(C) = R \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{IP} = 2\overrightarrow{IA} \\ \overrightarrow{IQ} = 2\overrightarrow{IB} \\ \overrightarrow{IR} = 2\overrightarrow{IC} \end{cases}. \text{ Do đó } \begin{cases} P(2; 3) \\ Q(-2; -1) \\ R(-6; 7) \end{cases}.$$

Câu 3. a) (1 điểm) Ta có $C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n = 7(n+3) \Leftrightarrow \frac{(n+2)(n+3)}{2!} = 7(n+3) \Leftrightarrow n = 12$.

$$\text{Số hạng tổng quát của khai triển là } C_{12}^k \cdot (x^{-3})^k \left(x^{\frac{5}{2}}\right)^{12-k} = C_{12}^k \cdot x^{\frac{60-11k}{2}} \Rightarrow \frac{60-11k}{2} = 8 \Rightarrow k = 4.$$

Vậy hệ số của x^8 là $C_{12}^4 = 495$.

b) (1.5 điểm) Gọi số phải tìm là $\overline{a_1 a_2 a_3} < 245 \Rightarrow a_1 = 1$ hoặc $a_2 = 2$

Trường hợp 1: Nếu $a_1 = 1$ thì $x = \overline{1a_2 a_3} \Rightarrow$ có $A_4^2 = 12$ (số).

Trường hợp 2: Nếu $a_2 = 2$ thì $x = \overline{2a_2 a_3} \Rightarrow$ có 2 khả năng chọn a_2 :

Khả năng 1: $a_2 \in \{1, 3\} \Rightarrow$ có 6 số.

Khả năng 2: $a_2 = 4 \Rightarrow a_3$ có 2 cách chọn suy ra có 2 số.

Vậy tổng có $\boxed{12 + 6 + 2 = 20}$ số.

Câu 4. a) (0.5 điểm) *Cách 1* (Áp dụng định lý giao tuyến): Xét 3 mặt phẳng ($AMND$), ($MNFE$), ($ADFE$) cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt MN , AD , EF . Nhưng do MN và AD song song với nhau nên chúng cũng song song với EF

Cách 2 (Áp dụng hệ quả của định lý giao tuyến): Hai mặt phẳng ($MNFE$) và ($ADFE$) lần lượt chứa 2 đường thẳng MN và AD song song nên giao tuyến của chúng là EF cũng song song với 2 đường thẳng này.

b) (0.5 điểm) * Chứng minh SC song song với (MNE):

Cách 1: Để chứng minh F là trung điểm của SD nên NF song song với SC . Suy ra điều phải chứng minh.

Cách 2: Dễ thấy hai mặt phẳng (SBC) và ($MNFE$) song song với nhau nên suy ra điều phải chứng minh.

* Chứng tỏ AF không song song với (SBC):

Cách 1: Chứng tỏ AF cắt đường thẳng Sx (qua S và song song với BC).

Cách 2: Phản chứng giả sử AF song song với (SBC). Mặt khác AD cũng song song với (SBC). Do vậy 2 mặt phẳng (SBC) và (SAD) song song với nhau. Vô lý vì chúng có điểm chung S . Vậy AF không song song với (SBC).

c) (1.5 điểm) Gọi J là giao điểm của AB và CD . Suy ra J , S , I thẳng hàng (vì chúng cùng nằm trên 2 mặt phẳng phân biệt (SAB) và (SCD)). Suy ra I luôn nằm trên đường thẳng SJ cố định.

Giới hạn quỹ tích: I chạy trên đường thẳng SJ trừ đoạn thẳng SJ .

Hướng dẫn chấm: Thiếu phần giới hạn trừ 0.5 điểm.

Câu 5. (1 điểm) Phương trình $\Leftrightarrow 2\sin^2 x + 4\sin x - 2 = m$. Đặt $t = \sin x \in [0; 1]$.

Ta xét hàm số $f(t) = 2t^2 + 4t - 2 = m, t \in [0; 1]$. Lập bảng biến thiên ta thu được $\boxed{-2 \leq m \leq 4}$.

Hướng dẫn chấm: Nếu so sánh các nghiệm của phương trình bậc hai với một số thực mà vẫn đúng thì trừ 0.25 điểm.