

**Bài 1.** Cho biểu thức  $A = \left( \frac{x+3}{x-2} + \frac{x+2}{3-x} + \frac{x+2}{x^2-5x+6} \right) : \left( 1 - \frac{x}{x+1} \right)$

- Rút gọn biểu thức  $A$ .
- Tính giá trị của  $x$ , biết  $A > 1$ .
- Tìm tất cả các giá trị nguyên của  $x$  để biểu thức  $B = 3 \cdot A$  nhận giá trị là một số nguyên.
- Khi  $x > 2$ , tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $C = A \cdot x$ .

**Bài 2.** Giải các phương trình sau

- $x - \frac{\frac{x}{2} - \frac{3+x}{4}}{2} = \frac{2x - \frac{10-7x}{3}}{2} - (x+1)$ .
- $(4x+1)(12x-1)(3x+2)(x+1) = 4$ .
- $(8x-4x^2-1)(x^2+2x+1) = 4(x^2+x+1)$ .
- $\frac{4x}{4x^2-8x+7} + \frac{3x}{4x^2-10x+7} = 1$ .

**Bài 3.** Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình.

Một nhóm bạn đi du khảo bằng xe đạp từ địa điểm A đến địa điểm B cách A 24 km. Khi trở về, vì bị ngược gió nên tốc độ trung bình của nhóm bạn bị giảm 4 km/h và thời gian di chuyển về A lâu hơn thời gian di chuyển từ A đến B là 1 giờ. Tính vận tốc trung bình ở lượt đi của nhóm bạn nói trên.

**Bài 4.** Cho tam giác  $ABC$  ( $AB < AC$ ), với đường cao  $AH$ . Biết rằng  $AH^2 = HB \cdot HC$ .

- Chứng minh rằng các tam giác  $ABH$  và  $CAH$  đồng dạng.
- Chứng minh rằng tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ .
- Trên cạnh  $AC$  lấy điểm  $D$  sao cho  $AB = AD$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $BD$ . Chứng minh rằng

$$\frac{HM}{CD} = \frac{BH}{AB \cdot \sqrt{2}}$$

- Phân giác trong của các góc  $\widehat{AHB}$  và  $\widehat{BAH}$  cắt nhau ở  $I$ , phân giác trong của các góc  $\widehat{AHC}$  và  $\widehat{HCA}$  cắt nhau tại  $K$ . Chứng minh rằng  $\widehat{HIK} = \widehat{ABC}$ .
- Giả sử  $B$  và  $C$  cố định,  $A$  thay đổi nhưng luôn thuộc cùng một nửa mặt phẳng với bờ  $BC$ . Qua  $A$  vẽ đường thẳng  $d$  vuông góc với  $IK$ . Chứng minh rằng  $d$  luôn đi qua một điểm cố định.

**Bài 5.**

- Tìm tất cả các số nguyên  $x, y$  thỏa mãn điều kiện  $x^4 + 2x^2 + y^2 - 4x - 2x^2y = 9$ .
- Cho  $a, b, c$  là các số thực dương. Chứng minh rằng

$$\frac{a}{\sqrt{5a^2 + (b+c)^2}} + \frac{b}{\sqrt{5b^2 + (c+a)^2}} + \frac{c}{\sqrt{5c^2 + (a+b)^2}} \leq 1.$$

----- HẾT -----