

CÁC DẠNG TOÁN THI HỌC SINH GIỎI

GIẢI TOÁN TRÊN MÁY TÍNH ĐIỆN TỬ KHOA HỌC

Biên soạn: PGS TS Tạ Duy Phương (Viện Toán học)

LỜI NÓI ĐẦU

Tài liệu này được biên soạn cho lớp tập huấn giáo viên *Giải toán trên máy tính điện tử* năm học 2011-2012 do Sở Giáo dục và Đào tạo Hà Nội. Tài liệu được biên soạn dựa theo bản thảo cuốn sách Các dạng toán thi học sinh giỏi *Giải toán trên máy tính điện tử khoa học*, Tập II: Trung học Phổ thông của tác giả.

Tài liệu gồm sáu Chương: Một số dạng toán trong chương trình Trung học Cơ sở, Đại số, Giải tích, Lượng giác, Hình học, và Các bài toán khác. Tác giả cố gắng phân loại tương đối đầy đủ và tỉ mỉ các dạng toán trong mỗi Chương. Chương *Một số dạng toán trong chương trình Trung học Cơ sở* chỉ tập hợp một số dạng và một số đề thi. Bạn đọc có thể bổ sung thêm từ Tập I: Trung học Cơ sở. Các đề thi trong mỗi dạng được sắp xếp theo theo tiêu chí: Từ dễ đến khó, ưu tiên các đề thi những năm gần đây. Tuy nhiên, sắp xếp này có tính chất chủ quan, ước lệ và tương đối. Khi sử dụng, Bạn đọc có thể sắp xếp lại theo quan điểm cá nhân. Do khuôn khổ của Tài liệu, các đề thi không có lời giải. Bạn đọc có thể tự giải, hoặc bổ sung thêm đề thi và xem lời giải chi tiết của phần lớn các đề thi trong Tài liệu tham khảo [1]-[10].

Tài liệu (và bản thảo cuốn sách) được biên soạn dựa trên các bài giảng tại các lớp Bồi dưỡng giáo viên từ năm 2001 đến nay. Xin chân thành cảm ơn Bộ Giáo dục Đào tạo, các Sở Giáo dục Đào tạo các tỉnh, thành phố, đã tạo điều kiện để tác giả thực hiện các bài giảng và hoàn thiện bản thảo cuốn sách này.

Do hạn chế về khuôn khổ của Tài liệu cũng như hạn chế về thời gian, thông tin và kiến thức của tác giả, Tài liệu chưa thể được gọi là hoàn chỉnh. Mong được sự thông cảm của các Thầy Cô và bạn đọc. Xin chân thành cảm ơn những ý kiến đóng góp. Thư từ trao đổi xin được gửi về địa chỉ:

Tạ Duy Phương, Viện Toán học, 18 Hoàng Quốc Việt, Hà Nội.

Điện thoại: 0983605756; E-mail: tdphuong@math.ac.vn

Hà Nội, tháng 9 năm 2012

Tác giả

Chương 1 MỘT SỐ DẠNG TOÁN TRONG CHƯƠNG TRÌNH TRUNG HỌC CƠ SỞ

Dạng toán 1 Các bài toán trên tập số nguyên

Bài 1.1 (Thi chọn đội tuyển Phú Thọ, Lớp 12 THBT, 2005)

Tìm số các chữ số của: $P = 3659893456789325678 \times 342973489379256$.

Bài 1.2 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, lớp 12, 2003)

Tìm số dư khi chia số 2001^{2010} cho số 2003.

Bài 1.3 (Sở Giáo dục và Đào tạo Sóc Trăng, lớp 12, 28.11.2010)

- 1) Tìm số dư trong phép chia 28^{11} cho 2010.
- 2) Tìm ước nguyên tố lớn nhất và nhỏ nhất của $A = 215^2 + 314^2$.

Bài 1.4 (Sở Giáo dục và Đào tạo Tuyên Quang, THPT, 2011-2012)

Số 30! có bao nhiêu ước dương phân biệt chia hết cho 1024?

Bài 1.5 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, 2001. Đề chính thức)

(Lớp 10-11) Tìm các ước nguyên tố nhỏ nhất và lớn nhất của số $215^2 + 314^2$.

(Lớp 10) Tìm số lớn nhất và số nhỏ nhất trong các số tự nhiên có dạng $\overline{1x2y3z4}$ mà chia hết cho 7.

(Lớp 11) Tìm số lớn nhất và số nhỏ nhất trong các số tự nhiên có dạng $\overline{1x2y3z4}$ mà chia hết cho 13.

Bài 1.6 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thái Nguyên, Lớp 12, 2002-2003)

Số $2^{11} - 1$ là hợp số hay nguyên tố?

Bài 1.7 (Đề chọn đội tuyển, Sở GD và ĐT Thái Nguyên, lớp 12, 2004)

Tìm USCLN của hai số $a = 1754298000$ và $b = 75125232$.

Bài 1.8 (Bộ Giáo dục Đào tạo, lớp 12, 2002)

Tìm ước số chung lớn nhất của hai số sau đây: $a = 24614205$, $b = 10719433$.

Bài 1.9 (Sở Giáo dục Đào tạo Đồng Nai, Phổ thông Trung học, 2002-2003)

Tìm ước chung lớn nhất của hai số $A = 1358024701$; $B = 1851851865$

Bài 1.10 (Sở Giáo dục Đào tạo Thp Hồ Chí Minh, THPT, 2000-2001)

Có bao nhiêu chữ số khi viết số 300^{300} .

Bài 1.11 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, lớp 12 Trung học Phổ thông, 11.3.2011)

Tìm số các chữ số khi viết trong hệ thập phân của số 9^{2010} .

Bài 1.12 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ngãi, THPT, 30.1.2010)

Tìm số chữ số của số $B = 25^{2010} + 12^{9002}$

Bài 1.13 (Sở Giáo dục và Đào tạo Sóc Trăng, THPT, 2008-2009)

a) Tìm 3 chữ số tận cùng của 7^{9999}

b) Tìm 5 chữ số tận cùng của 5^{2013}

Bài 1.14 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên-Huế, lớp 11 THPT, 01.12.2007)

1) Tính chính xác giá trị của biểu thức số:

$$P = 3 + 33 + 333 + \dots + \underbrace{33\dots33}_{13 \text{ số } 3}$$

Nêu qui trình bấm phím.

2) Tìm số nguyên dương nhỏ nhất có ba chữ số là \overline{abc} sao cho $\overline{abc} = a^3 + b^3 + c^3$. Có còn số nguyên nào thỏa mãn điều kiện trên nữa không?

Nêu sơ lược cách tìm.

Bài 1.15 (Sở Giáo dục và Đào tạo thp Hồ Chí Minh, THPT, 11.1.2009)

Tìm số tự nhiên x biết x^2 có 4 chữ số tận cùng là 2009 và 4 chữ số đầu tiên cũng là 2009. Khi đó hãy viết x^2 với đầy đủ các chữ số.

Bài 1.16 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên Huế, lớp 11 THPT, 01.12.2007)

Tìm hai số nguyên dương x sao cho khi lập phương mỗi số đó ta được một số có hai chữ số đầu (bên phải) và hai chữ số cuối (bên trái) đều bằng 4, nghĩa là $x^3 = \overline{44\dots44}$. Nêu qui trình bấm phím.

Bài 1.17 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên-Huế, THPT, 17.12.2008)

1) Tìm các số \overline{aabb} sao cho $\overline{aabb} = \overline{(a+1)(a+1)} \times \overline{(b-1)(b-1)}$. Nêu quy trình bấm phím để được kết quả.

2) Tìm số tự nhiên n nhỏ nhất sao cho khi lập phương số đó ta được số tự nhiên có 3 chữ số cuối đều là chữ số 7 và 3 chữ số đầu cũng đều là chữ số 7: $n^3 = \overline{777\dots777}$. Nêu sơ lược cách giải.

Bài 1.18 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, lớp 12 Trung học Phổ thông, 11.3.2011)

Phép tính nâng lên lũy thừa rồi lấy modulo của các số nguyên theo số nguyên p , tức là tính $C \equiv N^k \pmod{p}$, là không khó khăn, ngay cả với những số cực

lớn. Nhưng phép tính ngược lại, tức là tìm ra N khi biết C, k, p , thường được gọi là “phép khai căn” bậc k modulo p , lại là việc vô cùng khó khăn. Trong trường hợp tổng quát, với các số nguyên lớn, bài toán này là không thể giải được ngay cả với các siêu máy tính mạnh nhất hiện nay. Tuy nhiên, khi p là số nguyên tố và k không có ước chung với $p-1$ thì nhờ Định lí Fermat nhỏ, người ta phát hiện ra rằng có thể thực hiện được phép “khai căn” này bằng cách tìm số d sao cho

$dk \equiv 1 \pmod{p-1}$ và tính ra N bằng công thức $N \equiv C^d \pmod{p}$. Để kiểm nghiệm điều nói trên, em hãy:

- 1) Tìm số $C \equiv 12345^{2305} \pmod{54321}$;
- 2) Tìm số N sao cho $N^{52209} \pmod{89897} = 56331$.

Dạng toán 2 Lãi suất và tăng trưởng

Bài 2.1 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Trung học Phổ thông, 19.3.2010)

Một người mua xe máy trả góp với giá tiền là 20.000.000 đ, mức lãi suất 1,2%/tháng với qui ước một tháng trả 800.000 đ cả gốc và lãi. Hỏi sau 12 tháng kể từ ngày người ấy mua xe số tiền còn nợ là bao nhiêu đồng? Sau một năm lãi suất lại tăng lên là 1,5%/tháng và người đó lại trả một tháng 1.000.000 đồng cả gốc và lãi (trừ tháng cuối cùng). Hỏi sau bao nhiêu tháng người ấy trả hết nợ? (tháng cuối trả không quá 500.000 đ).

Bài 2.2 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên-Huế, THPT, 01.12.2007)

Theo chính sách tín dụng mới của Chính phủ cho học sinh, sinh viên vay vốn để trang trải chi phí học đại học, cao đẳng, THCN: Mỗi sinh viên được vay tối đa 800.000 đồng/tháng (8.000.000 đồng/năm học) với lãi suất 0,5%/tháng. Mỗi năm lập thủ tục vay hai lần ứng với hai học kì và được nhận tiền vay đầu mỗi học kì (mỗi lần được nhận tiền vay là 4 triệu đồng). Một năm sau khi tốt nghiệp đã có việc làm ổn định mới bắt đầu trả nợ. Giả sử sinh viên A trong thời gian học đại học 4 năm vay tối đa theo chính sách và sau khi tốt nghiệp một năm đã có việc làm ổn định và bắt đầu trả nợ.

- 1) Nếu phải trả xong nợ cả vốn lẫn lãi trong 5 năm thì mỗi tháng sinh viên A phải trả bao nhiêu tiền?
- 2) Nếu trả mỗi tháng 300.000 đồng thì sinh viên A phải trả mấy năm mới hết nợ?

Bài 2.3 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên-Huế, THPT, 17.12.2008)

Lãi suất của tiền gửi tiết kiệm của một số ngân hàng thời gian vừa qua liên tục thay đổi. Bạn Châu gửi số tiền ban đầu là 5 triệu đồng với lãi suất 0,7% tháng chưa đầy một năm, thì lãi suất tăng lên 1,15% tháng trong nửa năm tiếp theo và bạn Châu tiếp tục gửi; sau nửa năm đó lãi suất giảm xuống còn 0,9% tháng, bạn Châu tiếp tục gửi thêm một tháng tròn nữa, khi rút tiền bạn Châu được cả vốn lẫn lãi là 5 747 478,359 đồng (chưa làm tròn). Hỏi bạn Châu đã gửi tiền tiết kiệm trong bao nhiêu tháng? Nêu sơ lược quy trình bấm phím trên máy tính để giải.

Dạng toán 3 Các bài toán số học và đại số

Bài 3.1 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ninh, THPT, Bảng B, 10.01.2009)

Tìm ba số sao cho số lớn nhất lớn hơn số thứ hai đúng bằng $\frac{1}{3}$ số bé nhất, số lớn thứ hai hơn số bé nhất đúng bằng $\frac{1}{3}$ số lớn thứ nhất và số bé nhất lớn hơn $\frac{1}{3}$ số lớn thứ hai đúng bằng $\frac{10}{3}$. (Kết quả để dưới dạng phân số).

Bài 3.2 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ngãi, Bỏ túc THPT, 30.1.2010)

Tìm x biết

$$\left[\frac{(x - 4\frac{1}{2}) : 0,003}{(3\frac{1}{20} - 2,65) \times 4 : \frac{1}{5}} - \frac{(0,3 - \frac{3}{20}) \times 1\frac{1}{2}}{(1,88 + 2\frac{3}{25}) \times \frac{1}{8}} \right] : 62\frac{1}{20} + 17,81 : 0,0137 = 1301.$$

Tính :

$$B = \left(\frac{1}{2} + \sqrt{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3} + \sqrt{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{4} + \sqrt{7}\right)^2 + \dots + \left(\frac{48}{49} + \sqrt{97}\right)^2 + \left(\frac{49}{50} + \sqrt{99}\right)^2.$$

Bài 3.3 (Sở GD và ĐT thành phố Hồ Chí Minh, vòng 1, THPT, 15.3.1996)

Một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 1,678$, công bội $q = \frac{9}{8}$. Tính tổng S_{17}

của 17 số hạng đầu tiên (kết quả lấy 4 số lẻ).

Bài 3.4 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thanh Hóa, lớp 10, 18.4.2000)

Cho hàm số $y = x^4 + 5x^3 - 3x^2 + x - 1$. Tính y khi $x = 1,35627$.

Bài 3.5 (Sở GD và ĐT thành phố Hồ Chí Minh, vòng 1, THPT, 15.3.1998)

Tìm số dư trong phép chia (kết quả lấy 3 số lẻ):

$$\frac{x^{14} - x^9 - x^5 + x^4 + x^2 + x - 723}{x - 1,624}.$$

Bài 3.6 (Sở Giáo dục và Đào tạo Hà Nội, vòng Chung kết, 1996; Sở Giáo dục và Đào tạo Thanh Hóa, Lớp 10, 11, 12, 2000)

Tính a để $x^4 + 7x^3 + 2x^2 + 13x + a$ chia hết cho $x + 6$.

Bài 3.7 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Nam, vòng 1, THPT, 15.3.1998)

Cho đa thức $P(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ có

$$P(1) = 3; P(2) = 9; P(3) = 19; P(4) = 33; P(5) = 51.$$

- 1) Tính các hệ số a, b, c, d, e .
- 2) Tính chính xác $P(2010)$.

Bài 3.8 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên-Huế, lớp 11 THPT, 01.12.2007)

Xác định các hệ số a, b, c của hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 2007$ biết rằng $f(x)$ chia cho $x - 16$ có số dư là 29938 và chia cho $x^2 - 10x + 21$ có biểu thức số dư là $\frac{10873}{16}x - 3750$ (kết quả lấy chính xác).

Bài 3.9 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên-Huế, THPT, 17.12.2008)

Cho đa thức $g(x) = 8x^3 - 18x^2 + x + 6$.

- 1) Tìm các hệ số a, b, c của hàm số bậc ba $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, biết rằng khi chia đa thức $f(x)$ cho đa thức $g(x)$ thì được đa thức dư là $r(x) = 8x^2 + 4x + 5$.
- 2) Với các giá trị a, b, c vừa tìm được, tính chính xác giá trị của $f(2008)$.

Bài 3.10 (Sở Giáo dục và Đào tạo Sóc Trăng, lớp 12, 28.11.2010)

- 1) Cho đa thức bậc ba $f(x)$ có $f(0) = 10, f(1) = 12, f(2) = 4, f(3) = 1$. Tính $f(10)$.
- 2) Cho đa thức bậc bốn $f(x)$ có hệ số của bậc cao nhất là 1 và thỏa mãn: $f(1) = 3; f(3) = 11; f(5) = 27$. Tính giá trị $A = f(-2) + 7f(6)$.

Bài 3.11 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên Huế, Bồ túc THPT, 01.12.2007)

Biết đồ thị hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đi qua các điểm $A\left(0; \frac{1}{3}\right), B\left(1; \frac{3}{5}\right)$; $f(x)$ chia cho $(x - 2)$ có số dư là 1 và chia cho $(x - 2, 4)$ có số dư là $-3, 8$. Tính giá trị của a, b, c, d . Viết quã dưới dạng các phân số hoặc hỗn số.

Bài 3.12 (Sở GD và ĐT Đồng Tháp, Bồ túc THPT, 2008-2009)

Đa thức $P(x) = x^5 + x^2 + 1$ có nghiệm r_1, r_2, r_3, r_4, r_5 và $q(x) = x^2 - 2$.

Tính tích: $q(r_1).q(r_2).q(r_3).q(r_4).q(r_5)$.

Bài 3.12 (Sở GD và ĐT Hà Nội, vòng Trường, 1996; Sở GD và ĐT Thanh Hóa, lớp 11, 2000)

Tính:
$$A = \frac{\sqrt[6]{1,815 \times 2,732^5}}{\sqrt[3]{4,621^4}}$$

Bài 3.13 (Sở GD và ĐT Thanh Hóa, lớp 12 Bỏ túc THPT, 2006-2007)

Giải phương trình

$$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{3 - \sqrt{5}} x - \frac{1 - \sqrt{6}}{3 + \sqrt{2}} \left(x - \frac{3 - \sqrt{7}}{4 - \sqrt{3}} \right) = \frac{15 - \sqrt{11}}{2\sqrt{3} - 5}.$$

Bài 3.14 (Sở GD và ĐT Thp Hồ Chí Minh, vòng Chung kết, THPT, 15.3.1998)

Giải hệ phương trình (ghi kết quả đủ 9 số lẻ thập phân):

$$\begin{cases} 3,6518x + 7,3249y = 4,6821 \\ 1,4926x + 6,3571y = -2,9843 \end{cases}$$

Bài 3.15 (Sở Giáo dục và Đào tạo Phú Yên, lớp 12 Bỏ túc THPT, 2009-2010)

Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 4x + 5y - 2z = -5; \\ -3x + 2y - 4z = 8; \\ x + 3y + 5z = -10. \end{cases}$$

Bài 3.16 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thanh Hóa, lớp 10, 18.4.2000)

Giải phương trình: $1,23785x^2 + 4,35816x - 6,98753 = 0$

Bài 3.17 (Sở GD và ĐT Thp Hồ Chí Minh, vòng 1, cấp Trung học Phổ thông và Phổ thông Chuyên ban, 15.3.1998)

Giải phương trình (ghi kết quả 7 số lẻ): $1,9815x^2 + 6,8321x + 1,0581 = 0$.

Bài 3.18 (Sở GD và ĐT Thp Hồ Chí Minh, vòng Chung kết, THPT, 1998)

Giải phương trình (ghi kết quả đủ 9 số lẻ thập phân):

$$2.3541x^2 + 7.3249x + 4.2157 = 0$$

Bài 3.19 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thanh Hóa, lớp 10, 18.4.2000)

Cho parabol (P) có phương trình: $y = 4,7x^2 - 3,4x - 4,6$. Tìm tọa độ (x_0, y_0) của đỉnh S của parabol. Tìm giao điểm của Parabol (P) với trục hoành.

Bài 3.20 (Sở Giáo dục và Đào tạo Hà Nội, Trung học Phổ thông, vòng chung kết, 1996; Sở Giáo dục và Đào tạo Thanh Hóa, lớp 10, 2000)

Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{x}{y} = 0,681 \\ x^2 + y^2 = 19,32 \end{cases} \quad x > 0, y > 0.$$

Bài 3.21 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Nam, vòng 1, THPT, 15.3.1998)

Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x + 3y + \frac{1}{3x - 5y} = 5; \\ \frac{2x + 3y}{3x - 5y} = 6. \end{cases}$$

Bài 3.22 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, THPT, 14.3.2008)

Tính gần đúng nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2y + xy^2 = 1; \\ xy + x + y = 3. \end{cases}$$

Bài 3.23 (Sở Giáo dục và Đào tạo Phú Yên, lớp 12 Bỏ túc THPT, 2009-2010)

Tìm nghiệm gần đúng của hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2x + 2y = 6; \\ 2xy - 2x - 2y = 3. \end{cases}$$

Bài 3.24 (Sở Giáo dục và Đào tạo Tuyên Quang, lớp 12 THPT, 19.10.2011)

Giải hệ phương trình:

1)
$$\begin{cases} x^3 + 1 = 2(x^2 - x + y); \\ y^3 + 1 = 2(y^2 - y + x). \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

2)
$$\begin{cases} x + 2y + \frac{1}{x - 2y} = 5; \\ \frac{x + 2y}{x - 2y} = 6. \end{cases}$$

Bài 3.25 (Sở GD và ĐT Tây Ninh, THCS và Bỏ túc THPT, 2008-2009)

Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 5 \\ x^2 + y^2 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 9 \end{cases}$$

Bài 3.26 (Sở Giáo dục và Đào tạo Phú Yên, lớp 9 Trung học Cơ sở, 10.2.2009)

Giải hệ phương trình bậc nhất bốn ẩn:

$$\begin{cases} x + y + z + t = \frac{407}{276}; \\ \frac{23}{11}x - \frac{12}{23}y - \frac{46}{63}z + \frac{12}{11}t = \frac{21}{8}; \\ \frac{23}{33}x - \frac{3}{14}y - \frac{23}{105}z - \frac{4}{11}t = \frac{277}{560}; \\ \frac{22}{207}x + \frac{24}{23}y + \frac{22}{21}z + \frac{24}{55}t = \frac{14}{45}. \end{cases}$$

Dạng toán 4 Thống kê và xác suất

Dạng toán 4.1 Thống kê

Bài 1.1 (Sở Giáo dục và Đào tạo Hà Nội, lớp 10, vòng Trường, 1996)

Cho số liệu:

Biến lượng	7	4	15	17	63
Tần số	2	1	5	9	14

- Tính số trung bình \bar{X} ;
- Tính phương sai σ_n^2 .

Bài 1.2 (Thi vào 10 Phổ thông Trung học Nghệ An, 1996)

Một học sinh lớp 9 của trường phổ thông cơ sở TT có kết quả kiểm tra về môn toán với 10 lần điểm như sau: 7, 8, 6,7, 7, 8, 9, 6, 10, 7.

- Lập bảng phân phối thực nghiệm, tính điểm trung bình của học sinh đó.
- Tính phương sai, độ lệch tiêu chuẩn và cho biết ý nghĩa độ lệch này.

Bài 1.3 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thp Hồ Chí Minh, vòng 1, THPT, 15.3.1998)

Qua kỳ thi, 2105 học sinh xếp theo điểm số như sau. Hãy tính tỉ lệ phần trăm (lấy 1 số lẻ) học sinh theo từng loại điểm. Phải bấm ít nhất mấy lần phím chia để điền xong bảng này với máy Casio?

Điểm	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

Số h/s	27	48	71	293	308	482	326	284	179	52	35
Tỉ lệ											

Bài 1.4 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên-Huế, THPT, 17.12.2008)

Trong đợt khảo sát chất lượng đầu năm, điểm của ba lớp $11A_1$, $11A_2$, $11A_3$ được cho trong bảng sau:

Điểm	10	9	8	7	6	5	4	3
$11A_1$	16	14	11	5	4	11	12	4
$11A_2$	12	14	16	7	1	12	8	1
$11A_3$	14	15	10	5	6	13	5	2

- 1) Tính điểm trung bình của mỗi lớp. Kết quả làm tròn đến chữ số lẻ thứ hai.
- 2) Tính phương sai và độ lệch chuẩn của bảng điểm mỗi lớp. Trong ba lớp, lớp nào học đều hơn?

Bài 1.5 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, lớp 12 Trung học Phổ thông, 11.3.2011)

Theo kết quả điều tra dân số, dân số trung bình nước Việt Nam qua một số mốc thời gian (đơn vị: 1000 người):

Năm	1976	1980	1990	2000	2011
Số dân	49160	53722	66016,7	77635	88434,6

- 1) Tính tỉ lệ % tăng dân số trung bình mỗi năm trong các giai đoạn 1976-1980, 1980-1990, 1990-2000, 2000-2011.
- 2) Nếu cứ duy trì tỉ lệ tăng dân số như ở giai đoạn 2000-2011 thì đến năm 2015 và 2020 dân số của Việt Nam là bao nhiêu?
- 3) Để kìm hãm đà tăng dân số, người ta đề ra phương án: Kể từ năm 2011, mỗi năm phần đầu giảm bớt $x\%$ (x không đổi) so với tỉ lệ % tăng dân số năm trước (nghĩa là nếu năm nay tỉ lệ tăng dân số là $a\%$ thì năm sau là $(a-x)\%$. Tính x để số dân năm 2015 là 92,744 triệu người. Kết quả chính xác tới bốn chữ số thập phân sau dấu phẩy. Nêu sơ lược qui trình bấm phím trên máy tính để giải.

Dạng toán 4.2 Xác suất

Bài 2.1 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ninh, THPT, 10.01.2009)

Từ một cỗ bài Túlokhơ 52 quân bài gồm 13 bộ (từ bộ Át đến bộ K; mỗi bộ gồm bốn quân với các chất Cơ, Rô, Pích, Tép), lấy ngẫu nhiên năm quân bài.

Tính xác suất để năm quân bài đó có đúng hai quân thuộc một bộ, ba quân còn lại thuộc một bộ khác (kết quả lấy đến ba chữ số thập phân, sau dấu phẩy) .

Chú ý: hai nhóm năm quân bài chỉ cần một quân cùng bộ khác chất, được coi là hai nhóm khác nhau!

Chương 2 ĐẠI SỐ TRÊN MÁY TÍNH ĐIỆN TỬ

Dạng toán 1 Giải phương trình và hệ phương trình mũ-logarithm

Bài 1.1 (Sở Giáo dục và Đào tạo Phú Yên, lớp 12 Bỏ túc THPT, 2009-2010)

Giải phương trình $2 \cdot 16^x - 17 \cdot 4^x + 8 = 0$.

Bài 1.2 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, lớp 12 Bỏ túc THPT, 11.3.2011)

Tính gần đúng nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} 4\log_2 x - 5\log_3 y = 6; \\ 4\log_2 x + 3\log_3 y = 5. \end{cases}$$

Bài 1.3 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Bỏ túc THPT, 2008-2009)

Tính gần đúng nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} \log_3^2 x + 9^y = 8; \\ \log_3 x - 3^y = 2. \end{cases}$$

Bài 1.4 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên Huế, Bỏ túc THPT, 17.12.2008)

Tính gần đúng nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} 3\log_2 x + 4^y = 14 \\ 2\log_2 x - 2^y = 9 \end{cases}$$

Bài 1.5 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên Huế, Bỏ túc THPT, 01.12.2007)

Tính gần đúng nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} \log_2 x + \log_3 y = 5; \\ \log_2^2 x + \log_3^2 y = 19. \end{cases}$$

Bài 1.6 (Sở Giáo dục và Đào tạo Tây Ninh, lớp 12 Bỏ túc THPT, 2008-2009)

Giải phương trình

$$2 \cdot 4^{\frac{1}{x}} + 6^{\frac{1}{x}} = 9^{\frac{1}{x}}$$

Bài 1.7 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, THPT, 14.3.2008)

Tìm nghiệm gần đúng của phương trình

$$\log_2 x + \log_2 (x - 6) = \log_2 \sqrt{48}.$$

Bài 1.8 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ninh, Bảng B THPT, 10.01.2009)

Tìm nghiệm gần đúng của phương trình:

$$\log_3 x + \log_3 (x - 4) = \log_3 \sqrt{5}.$$

Bài 1.9 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ninh, THPT, 10.01.2009)

Tính gần đúng nghiệm số thực của phương trình :

$$\log_2 \left[\log_3 (5^{\frac{2}{3} + \log_7 x} + 2) \right] = 0.$$

Bài 1.10 (Sở GD và ĐT Đồng Tháp, Bỏ túc THPT, 2008-2009)

Giải phương trình $\log_5 x^4 - \log_2 x^3 - 2 = -6 \log_2 x \cdot \log_5 x$

Bài 1.11 (Sở Giáo dục và Đào tạo Sóc Trăng, THPT, 2008-2009)

Giải các phương trình và hệ phương trình:

1) $\log_4 (2 \log_3 (1 + \log_2 (1 + 3 \log_2 x))) = \frac{1}{2};$

2) $9^{\sqrt{x^2 - 2x - x}} - 7 \cdot 3^{\sqrt{x^2 - 2x - x - 1}} = 2;$

3) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2^{\frac{2x}{y}} = 2^5 \cdot 2^{\frac{3y}{x}} \\ 3^{\frac{x}{y}} = 3 \cdot 3^{\frac{2(1-y)}{y}} \end{cases}$$

Dạng toán 2 Tìm nghiệm xấp xỉ của phương trình

Bài 2.1 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ngãi, THPT, 30.1.2010)

Tính gần đúng nghiệm của các phương trình sau

1) $2 \sin x + 4 \cos x = 3.$

2) $2^x + x^2 - 2x - 5 = 0.$

3) $27^x - 3 \cdot 9^x \cdot 2^x - 3 \cdot 3^x \cdot 4^x + 8^x = 0.$

Bài 2.2 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thanh Hóa, Bỏ túc THPT, 2008-2009)

Tính gần đúng một nghiệm của đa thức:

$$P(x) = x^7 - 7x^6 + 35x^5 - x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 39x - 1$$

Bài 2.3 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thanh Hóa, Bỏ túc THPT, 2006-2007)

Tính gần đúng các nghiệm của phương trình

$$2^x = 2x + 3.$$

Bài 2.4 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thp Hồ Chí Minh, THPT, 12.1.2009)

Tìm ba nghiệm gần đúng với 5 chữ số thập phân (tính bằng radian) thuộc khoảng (0; 6) của phương trình

$$x^5 = \tan x$$

Bài 2.5 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Trung học Phổ thông, 11.3.2011)

Tính gần đúng nghiệm (độ, phút, giây) của phương trình:

$$\cos 4x + \cos 3x + 23 \cos^3 x - 79 \cos^2 x + 23 \cos x + 20 = 0.$$

Bài 2.6 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, THPT, 2008-2009)

1) Tính gần đúng nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} 2^x + 3^y = 7; \\ 4^x + 9^y = 25. \end{cases}$$

2) Tìm nghiệm gần đúng của phương trình

$$3^x + 5^x = 7^x (\log_3 x + 1).$$

Bài 2.7 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ninh, THPT, 10.01.2009)

Tính gần đúng (chính xác đến 6 chữ số thập phân sau dấu phẩy) các số thực $x; y$ biết rằng:

$$\begin{cases} 5(e^x + \lg y) - 4e^x \lg y = 4; \\ e^x + \lg y - e^x \lg y = 2. \end{cases}$$

Chương 3 GIẢI TÍCH TRÊN MÁY TÍNH ĐIỆN TỬ

Dạng toán 1 Tính giá trị của biểu thức và giá trị của hàm số tại một điểm

Bài 1.1 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thanh Hóa, lớp 10, 18.4.2000)

Cho hàm số $y = x^4 + 5x^3 - 3x^2 + x - 1$. Tính y khi $x = 1,35627$.

Bài 1.2 (Sở GD và ĐT Thanh Hóa, lớp 12 Bỏ túc THPT, 2006-2007)

Tính $Q = -\frac{5a^2b^2 - 4a^2bc^2 + 7a^2c^4}{2a^2c + 3a^2bc - 4b^2c^3}$ với $a = 0,325; b = 3,123; c = 0,231$.

Bài 1.3 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Bỏ túc THPT, 2008-2009)

Tính a, b, c biết đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ đi qua ba điểm

$$A(5;1), B(6;2), C(7;3).$$

Bài 1.4 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, lớp 12 Bỏ túc THPT, 11.3.2011)

Tính giá trị của a, b, c biết đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 + ax + b}{cx + 3}$ đi qua các điểm

$$A(1;2), B(3;21), C(-4;3).$$

Bài 1.5 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, THPT, 2008-2009)

1) Tính giá trị của hàm số $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x^2 + \sin x + 1}}{\ln(x^2 + \sqrt{x + 3})}$ tại $x = 0,5$.

2) Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = x^2 + 7x - 5$ và $y = \frac{8x^2 + 9x - 11}{x + 1}$.

Bài 1.6 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Nam, vòng 1, THPT, 15.3.1998)

Trong các số:

$$\frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{\sqrt{13}}, \tan\left(\frac{\pi}{7}\right), \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{11}}, \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{10}}, -\frac{2006}{669}, \frac{2007}{1338}, -\frac{2008}{2007}, \frac{2009}{2676}.$$

Hãy chỉ ra những số làm cho biểu thức

$$F = 3 \cdot 25^{x+1} - 152 \cdot 15^x + 5 \cdot 9^{x+1}$$

nhận giá trị không dương.

Bài 1.7 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên Huế, 2009-2010)

1) Tính giá trị gần đúng chính xác đến bốn chữ số thập phân giá trị của hàm số $y = \sin\left(5x - \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(3x + \frac{\pi}{5}\right)$ khi x nhận các giá trị sau: $-\frac{\pi}{5}; -\frac{\pi}{7}; -\frac{\pi}{11}; \frac{\pi}{9}$.

2) Cho hàm số $f(x) = \frac{\sqrt[3]{2^{x^2} + \sin^3 x + \cos^3 x}}{\log_2\left(\tan\left(e^{-2x} + 1\right) + x\sqrt{x+1}\right)}$. Tính $f(0,75)$.

Bài 1.8 (Sở Giáo dục và Đào tạo Đồng Tháp, Bỏ túc THPT, 2008-2009)

Cho $P(x) = x^7 - 7x^6 + 35x^5 - x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 39x - 1$.

Tính $P(2) + 2P(5) - P(3)$.

Bài 1.9 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ngãi, THPT, 30.1.2010)

Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 2$ với a, b là các số hữu tỉ.

1) Tính giá trị đúng của a và b biết rằng phương trình $f(x) = 0$ có một

ng nghiệm là $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$.

2) Tính giá trị gần đúng của $f\left(\frac{2009}{2010}\right)$ với a, b vừa tìm được trên câu 1.

Dạng toán 2 Tính giới hạn

Bài 2.1 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên Huế, Bộ túc THPT, 17.12.2008)

Tính gần đúng giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - \sqrt{x+3} - 9 + \sqrt{6}}{x-3}$.

Bài 2.2 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Bộ túc THPT, 11.3.2011)

Tính gần đúng giới hạn của dãy số có số hạng tổng quát là

$$a_n = \sqrt{\underbrace{3 + \sqrt{3 + \sqrt{3 + \dots + \sqrt{3}}}}_n}$$

Bài 2.3 (Sở Giáo dục và Đào tạo Sóc Trăng, lớp 12, 28.11.2010)

Cho dãy số $\{x_n\}$, $n = 1, 2, 3, \dots$ xác định bởi

$$\begin{cases} x_1 = x_2 = 1 \\ x_{n+1} = \frac{2}{5\pi} x_{n+1}^2 + \frac{2\pi}{5} \sin(x_n), \quad n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

Tìm giới hạn của dãy số $\{x_n\}$.

Bài 2.4 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Trung học Phổ thông, 11.3.2011)

Tính gần đúng giới hạn của dãy $U_n = \sqrt[3]{5 + \sqrt[3]{5 + \sqrt[3]{5 + \dots + \sqrt[3]{5}}}} (n \text{ dấu căn})$.

Tìm n_0 để với mọi $n \geq n_0$ thì u_n gần như không thay đổi (chỉ xét đến chín chữ số thập phân), cho biết giá trị u_{2010} . Nêu qui trình bấm phím tính u_n . Tìm n_0 để với mọi $n \geq n_0$ thì u_n có phần nguyên và chín chữ số thập phân ngay sau dấu phẩy là không đổi. Tính giá trị u_{2011} . Viết qui trình giải.

Bài 2.5 (Sở Giáo dục và Đào tạo Tuyên Quang, THPT, 2011-2012)

Cho dãy số $u_n = \sqrt[n]{\underbrace{\sqrt[3]{3 + \sqrt[3]{3 + \sqrt[3]{3 + \sqrt[3]{3 + \dots \sqrt[3]{3}}}}}}}_{n}$, $n \in \mathbb{N}^*$ (gồm n dấu căn).

1) Tính u_{2012} .

2) Biết rằng dãy số trên có giới hạn hữu hạn, tính giới hạn đó.

Bài 2.6 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên-Huế, lớp 11 THPT, 01.12.2007)

Cho dãy số có số hạng tổng quát

$$u_n = \sin(2 - \sin(2 - \sin(2 - \dots - \sin 2)) \text{ (n lần chữ sin)}).$$

Tìm n_0 để với mọi $n \geq n_0$ thì u_n gần như không thay đổi (chỉ xét đến 10 chữ số thập phân), cho biết giá trị u_{n_0} . Nêu qui trình bấm phím.

Bài 2.7 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ngãi, THPT, 30.1.2010)

Cho hàm số $y = \frac{mx-1}{x+1}$ có đồ thị (C), trong đó m là tham số thực. Tìm giá trị gần đúng của m để (C) có tiệm cận ngang tạo với hai đường thẳng (l): $y = x + 3$, (k): $y = -2x + 1$ một tam giác có diện tích bằng 4.

Dạng toán 3 Dãy số, Tính tổng và Dãy Fibonacci suy rộng

Bài 3.1 (Sở Giáo dục và Đào tạo Sóc Trăng, lớp 12, 28.11.2010)

Cho $a_1 = 0$ và $a_{n+1} = \frac{n(n+1)}{(n+2)(n+3)}(a_n + 1)$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Tính a_{2010} .

Bài 3.2 (Sở GD và ĐT Tây Ninh, THCS và Bồ túc THPT, 2008-2009)

Cho $S = 1 + 11 + 111 + \dots + 111\dots 1$ (n chữ số).

1) Tính tổng S theo n .

2) Tổng S có giá trị là bao nhiêu nếu $n = 5$?

Bài 3.3 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên Huế, lớp 11 THPT, 01.12.2007)

Tính tổng

$$S = \frac{1}{2 \times 3} - \frac{2}{3 \times 4} + \dots + \frac{99}{100 \times 101} - \frac{100}{101 \times 102}.$$

Lấy nguyên kết quả hiện trên màn hình.

Bài 3.4 (Sở Giáo dục và Đào tạo Tuyên Quang, lớp 12 THPT, 19.10.2011)

Gọi $S_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$ với $n \in \mathbb{N}$.

Chứng minh: $\frac{1}{S_1^2} + \frac{1}{2S_2^2} + \frac{1}{3S_3^2} + \dots + \frac{1}{nS_n^2} < 2$.

Bài 3.5 (Sở Giáo dục và Đào tạo Phú Yên, Trung học Phổ thông, 10.2.2009)

Cho tập hợp các số vô hạn sau: $P = \left\{ \frac{1}{4}, \frac{2}{9}, \frac{3}{16}, \frac{4}{25}, \dots \right\}$.

- 1) Viết công thức số hạng tổng quát .
- 2) Tính số hạng thứ 35.
- 3) Viết quy trình bấm phím liên tục để tính tổng 30 số hạng đầu tiên.

Bài 3.6 (Sở Giáo dục và Đào tạo Phú Yên, lớp 12 Bồ túc THPT, 2009-2010)

Cho dãy số $\{u_n\}$ thỏa mãn: $u_1 = 3, u_{n+1} = 2u_n$ với $n \geq 1$.

Hãy trình bày qui trình bấm phím để tính bốn số hạng đầu của dãy số rồi tính tổng S_4 và tích P_4 của bốn số hạng đó.

Bài 3.7 (Sở GD và ĐT Đồng Tháp, Bồ túc THPT, 2008-2009)

- 1) Với giá trị nào của A , dãy số xác định như sau sẽ là dãy các số nguyên: $a_1 = 1,$

$$a_{n+1} = 5a_n + \sqrt{Aa_n^2 - 8}, \quad n > 1.$$

- 2) Tính a_{10} .

Bài 3.8 (Sở Giáo dục và Đào tạo thp Hồ Chí Minh, THPT, 11.1.2009)

Cho hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$. Tính tổng $S = f(1) + f(3) + f(5) + \dots + f(99)$ (ở

đây S là tổng các giá trị của hàm số đối với các biến số lẻ từ 1 đến 100) (chính xác đến 3 chữ số thập phân)

Bài 3.9 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên-Huế, THPT, 17.12.2008)

Cho các hàm số $f(x) = \frac{x^3}{6\sqrt[3]{x} + \sqrt{3}}$.

Tính tổng $S = f(\sqrt{1}) + f(\sqrt{2}) + f(\sqrt{3}) + \dots + f(\sqrt{100})$.

Bài 3.10 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên Huế, 2009-2010)

Cho hàm số $f(x) = \frac{2^{\sqrt{x}}}{6\log_3 x + \sqrt{3}}$. Tính tổng

$S = f(\sqrt{1}) + f(\sqrt{2}) + f(\sqrt{3}) + \dots + f(\sqrt{100})$.

Bài 3.11 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ngãi, Bồ túc THPT, 30.1.2010)

Cho dãy số $\{u_n\}$ với $u_1 = 2, u_2 = -3, u_{n+2} = 5u_{n+1} + 8u_n - 7, n \geq 1$.

Viết qui trình tính u_n và tính u_{14} .

Bài 3.12 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Bộ túc Trung học Phổ thông, 11.3.2011)

Dãy số $\{a_n\}$ được xác định như sau: $a_1 = 5, a_2 = 3, a_{n+2} = 4a_{n+1} + 5a_n$ với mọi n nguyên dương. Tính tổng 12 số hạng đầu của dãy số đó.

Bài 3.13 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ngãi, THPT, 30.1.2010)

Cho dãy $\{u_n\}$ với $u_1 = 4, u_2 = 7, u_{n+1} = 2u_n - u_{n-1}$ (n là số nguyên dương).

- 1) Lập qui trình bấm máy tính u_n .
- 2) Tính u_{33} và $S_{33} = u_1 + u_2 + \dots + u_{33}$.

Bài 3.14 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ninh, THPT, Bảng B, 10.01.2009)

Cho dãy số sắp thứ tự với $U_1 = 2; U_2 = 20$ và từ U_3 trở đi được tính theo công thức $U_{n+1} = 2U_n + U_{n-1}, n \geq 2$.

- 1) Tính giá trị của $U_3; U_4; U_5; U_6; U_7; U_8$.
- 2) Viết qui trình bấm phím liên tục để tính giá trị của U_n với $U_1 = 2; U_2 = 20$.
- 3) Sử dụng quy trình trên để tính giá trị $U_{22}; U_{23}; U_{24}; U_{25}$.

Bài 3.15 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên Huế, Bộ túc THPT, 01.12.2007)

Gọi a và b là hai nghiệm khác nhau của phương trình $4x^2 - 6x + 1 = 0$. Xét dãy số $u_n = a^n + b^n$ (n là số nguyên dương).

- 1) Tính $u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7, u_8, u_9$.
- 2) Lập công thức truy hồi tính u_{n+1} theo u_n và u_{n-1} . Tính u_{10} với kết quả chính xác dưới dạng phân số hoặc hỗn số.

Bài 3.16 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên-Huế, THPT, 01.12.2007)

Cho hai dãy số $\{u_n\}$ và $\{v_n\}$ với

$$\begin{cases} u_1 = 1; & v_1 = 2 \\ u_{n+1} = 22v_n - 15u_n & \text{với } n = 1, 2, 3, \dots, k, \dots \\ v_{n+1} = 17v_n - 12u_n \end{cases}$$

- 1) Tính $u_5, u_{10}, u_{15}, u_{18}, u_{19}; v_5, v_{10}, v_{15}, v_{18}, v_{19}$.
- 2) Viết qui trình bấm phím liên tục tính u_{n+1} và v_{n+1} theo u_n và v_n .
- 3) Lập công thức truy hồi tính u_{n+1} theo u_n và $u_{n-1}; v_{n+1}$ theo v_n và v_{n-1} .

Bài 3.17 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên-Huế, THPT, 17.12.2008)

Cho dãy hai số $\{u_n\}$ và $\{v_n\}$ có số hạng tổng quát là

$$u_n = \frac{(5+2\sqrt{3})^n - (5-2\sqrt{3})^n}{4\sqrt{3}} \quad \text{và} \quad v_n = \frac{(7+2\sqrt{5})^n - (7-2\sqrt{5})^n}{4\sqrt{5}}$$

($n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 1$).

Xét dãy số $z_n = 2u_n + 3v_n$ ($n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 1$).

- 1) Tính các giá trị chính xác của u_1, u_2, u_3, u_4 ; v_1, v_2, v_3, v_4 .
- 2) Lập công thức truy hồi tính u_{n+2} theo u_{n+1} và u_n ; v_{n+2} theo v_{n+1} và v_n .
- 3) Từ hai công thức truy hồi trên, viết quy trình bấm phím liên tục để tính u_{n+2} , v_{n+2} và z_{n+2} theo u_{n+1} , u_n , v_{n+1} , v_n ($n = 1, 2, 3, \dots$).

Ghi lại giá trị chính xác của $z_3, z_5, z_8, z_9, z_{10}$.

Bài 3.18 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, THPT, 2008-2009)

Cho dãy số (u_n) có

$$u_1 = 1; u_2 = 2; u_3 = 3 \quad \text{và} \quad u_n = 2u_{n-1} + 3u_{n-2} - u_{n-3} \quad (n \geq 4).$$

Tính u_{20} .

Dạng toán 4 Tính đạo hàm

Bài 4.1 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, THPT, 14.3.2008)

Tính gần đúng giá trị đạo hàm cấp 100 của hàm số $f(x) = \sin x$ tại $x = 140308 \cdot \frac{\pi}{5}$.

Bài 4.2 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ninh, THPT, 10.01.2009)

Tìm gần đúng giá trị đạo hàm cấp 16 của hàm số $f(x) = \sin x$ tại $x = 100109 \cdot \frac{\pi}{9}$.

Bài 4.3 (Sở Giáo dục và Đào tạo Ninh Bình, 2011-2012)

Cho hàm số $f(x) = \frac{-2}{x^2 - 2x}$. Tính $f^{(20)}(x_0)$ với

$$x_0 = \frac{\sqrt{\sqrt[4]{27} + \sqrt{\sqrt{3} - 1}} - \sqrt{\sqrt[4]{27} - \sqrt{\sqrt{3} - 1}}}{\sqrt{2\sqrt[4]{27} - 2\sqrt{2\sqrt{3} + 1}}}.$$

Dạng toán 5 Tiếp tuyến

Bài 5.1 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, THPT, 2008-2009)

Viết phương trình các tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x^2 + x - 2$ đi qua điểm $A(1; -4)$.

Bài 5.2 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, lớp 12 Bỏ túc THPT, 2008-2009)

Tính gần đúng giá trị của a và b nếu đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm $M(1; 2)$ và là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -3x^2 + 4x - 5$.

Bài 5.3 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, lớp 12 Bỏ túc THPT, 11.3.2011)

Tính gần đúng giá trị của a và b nếu đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm $M(1; 2)$ và là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - x + 1$.

Bài 5.4 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ngãi, Bỏ túc THPT, 30.1.2010)

Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2$ có đồ thị (C). Tìm tọa độ tiếp điểm của tiếp tuyến Δ với (C), biết rằng tiếp tuyến Δ có hệ số góc bằng 1.

Bài 5.5 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên-Huế, THPT, 17.12.2008)

Cho đa thức $g(x) = 8x^3 - 18x^2 + x + 6$.

1) Tìm các hệ số a, b, c của hàm số bậc ba $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, biết rằng khi chia đa thức $f(x)$ cho đa thức $g(x)$ thì được đa thức dư là $r(x) = 8x^2 + 4x + 5$.

2) Với các giá trị a, b, c vừa tìm được, tính giá trị gần đúng hệ số góc của các tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua điểm $B(0; 3)$.

Bài 5.6 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên Huế, Bỏ túc THPT, 17.12.2008)

Đồ thị của hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{2x + d}$ đi qua các điểm $A(1; 3), B(2; -4), C(3; 5), D(4; 7)$. Tính giá trị của a, b, c, d và tính gần đúng giá trị của m, n để đường thẳng $y = mx + n$ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số đó tại điểm trên đồ thị có hoành độ $x_0 = -2$.

Bài 5.7 (Sở Giáo dục và Đào tạo Phú Yên, lớp 12 Bỏ túc THPT, 2009-2010)

Tính giá trị gần đúng của a và b nếu $y = ax + b$ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 1}{\sqrt{x^2 + x + 1}}$ tại điểm có hoành độ $x = 2 - \sqrt{3}$.

Bài 5.8 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên Huế, Bỏ túc THPT, 01.12.2007)

Tính giá trị của a và b nếu đường thẳng $y = ax + b$ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = 3x + 4 + \sqrt{3x - x^2 + 4}$ tại điểm của đồ thị có hoành độ $x_0 = 2 + \sqrt{3}$.

Bài 5.9 (Sở Giáo dục và Đào tạo Tuyên Quang, THPT, 2011-2012)

Cho hàm số

$$y = f(x) = x^{\sin x + \sqrt{x} + x} \quad (x > 0) \quad (1).$$

Tính (theo radian) góc tạo bởi tiếp tuyến của đồ thị hàm số (1) tại điểm có hoành độ $x_0 = \sqrt{3}$ với đường thẳng $x = 2012$.

Dạng toán 6 Cực trị của hàm số

Bài 6.1 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, THPT, 14.3.2008)

Tính gần đúng giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \ln \left(xy + \frac{1}{xy} \right)$, trong đó x, y là hai số dương tùy ý thỏa mãn điều kiện $x + y = 1$.

Bài 6.2 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ninh, THPT, 10.01.2009)

Cho 2 số không âm x và y thỏa mãn $x + y = 3$. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $F = (xy)^3 - \frac{27}{2}(xy) + \frac{101}{2009}$.

Bài 6.3 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, THPT, 2008-2009)

Tính gần đúng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$y = \sqrt{x-1} + \sqrt{5-2x}.$$

Bài 6.4 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên Huế, Bộ túc THPT, 17.12.2008)

Tính gần đúng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$f(x) = \sqrt{5-2x} + \sqrt{3x+4}.$$

Bài 6.5 (Sở GD và ĐT Thanh Hóa, lớp 12 Bộ túc THPT, 2006-2007)

Cho hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x + 2}{x - 3}$. Tính gần đúng giá trị cực đại, giá trị cực tiểu của hàm số.

Bài 6.6 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên Huế, Bộ túc THPT, 01.12.2007)

Tính gần đúng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$f(x) = \frac{x^2 + 3x + 4}{x^2 + 1}.$$

Bài 6.7 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ninh, THPT, 10.01.2009)

Tính gần đúng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số

$$y = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 + x + 2}.$$

Bài 6.8 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, lớp 12 Bỏ túc THPT, 2008-2009)

1) Tính gần đúng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số:

$$f(x) = 3x - 4 + \sqrt{5 - 2x^2}.$$

2) Tính gần đúng giá trị cực tiểu và giá trị cực đại của hàm số

$$y = \frac{2x^2 + 5x + 3}{2x + 1}.$$

Bài 6.9 (Sở Giáo dục và Đào tạo Phú Yên, lớp 12 Bỏ túc THPT, 2009-2010)

Tính gần đúng giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 3}{x + 1}$ trên

đoạn $\left[\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2} \right]$.

Bài 6.10 (Sở GD và ĐT Tây Ninh, THCS và Bỏ túc THPT, 2008-2009)

Cho hàm số: $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x}$

1) Tính gần đúng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số.

2) Đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số trên.

Tính giá trị của a và b .

Bài 6.11 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên-Huế, THPT, 17.12.2008)

1) Tính gần đúng khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số

$$f(x) = \frac{2x^2 + 5}{x^2 + 3x + 4}.$$

2) Tính gần đúng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$f(x) = 3(\sin x + \cos x) - 2\sqrt{3} \cos^2 2x + (3 + \sqrt{3}).$$

Bài 6.12 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thanh Hóa, 2010-2011)

Tính gần đúng khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số

$$f(x) = \frac{2x^2 + \sqrt{3}x + 5}{3x^2 - 2x + 1}.$$

Bài 6.13 (Sở Giáo dục và Đào tạo Tuyên Quang, THPT, 2011-2012)

Cho hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 1$. Tính chu vi tam giác tạo thành từ ba điểm cực trị của đồ thị hàm số.

Bài 6.14 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, lớp 12 Bỏ túc THPT, 11.3.2011)

Tính gần đúng giá trị lớn nhất của hàm số

$$f(x) = 2x - 1 - \frac{1}{\sqrt{16 - x^2}}.$$

Bài 6.15 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, lớp 12 Trung học Phổ thông, 11.3.2011)

Cho hai đồ thị (C3): $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ và (C4): $y = x^4 - 2x^2 + 4$. Tìm khoảng cách ngắn nhất từ các điểm cực trị của đồ thị (C3) đến các điểm cực trị của đồ thị (C4).

Bài 6.16 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên-Huế, THPT, 01.12.2007)

1) Xác định các hệ số a, b, c của hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 2007$, biết rằng $f(x)$ chia cho $x - 16$ có số dư là 29938 và chia cho $x^2 - 10x + 21$ được đa thức dư là $\frac{10873}{16}x - 3750$ (kết quả lấy chính xác).

2) Tìm khoảng cách giữa điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $f(x)$ với các giá trị a, b, c vừa tìm được.

Bài 6.17 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ninh, Bảng B THPT, 10.01.2009)

1) Gọi A và B là điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số

$$y = \frac{2x^2 - x + 4}{x + 5}.$$

1a) Tính gần đúng đến bốn chữ số thập phân khoảng cách AB .

1b) Tính giá trị của a và b nếu đường thẳng $y = ax + b$ đi qua hai điểm A và B

2) Tính gần đúng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$f(x) = \frac{2 \sin x + 3 \cos x - 1}{\cos x + 2}.$$

Bài 6.18 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên-Huế, THPT, 10.2.2009)

Tìm giá trị gần đúng của x để tại đó hàm số

$$f(x) = 3 \cos^2 x + 4 \cos x \cdot \sin x + 5 \sin^2 x$$

đạt giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.

Tính gần đúng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên.

Bài 6.19 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ngãi, THPT, 30.1.2010)

Tính gần đúng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số

$$y = -\sin 2x + (\sin x + \cos x)^3 - (\sin x + \cos x) \text{ trên đoạn } \left[0; \frac{\pi}{2}\right].$$

Bài 6.20 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên-Huế, THPT, 01.12.2007)

Tính gần đúng tọa độ các điểm uốn của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{2x^2 + 5}{x^2 + 3x + 4}$.

Bài 6.21 (Sở Giáo dục và Đào tạo Sóc Trăng, THPT, 2008-2009)

1) Tìm giá trị lớn nhất của $N = \frac{n+1}{n^3 + 2n^2 - 4n - 5}$ trên $\left(\frac{-3}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

2) Tìm giá trị nhỏ nhất của $M = \frac{m^2 - 1}{m^2 + 1}$.

Dạng toán 7 Ứng dụng của đạo hàm

Bài 7.1 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, lớp 12 Bộ túc THPT, 2008-2009)

Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ lon là ít nhất, tức là diện tích toàn phần của hình trụ là nhỏ nhất. Tính gần đúng diện tích toàn phần của lon khi ta muốn có thể tích của lon là 1.

Bài 7.2 (Sở Giáo dục và Đào tạo Sóc Trăng, lớp 12, 28.11.2010)

Người ta định làm một cái hộp hình trụ có thể tích $10,321\text{m}^3$ cho trước. Tìm bán kính đáy r của hình trụ sao cho tốn ít nguyên liệu nhất.

Chương 4 LƯỢNG GIÁC TRÊN MÁY TÍNH ĐIỆN TỬ

Dạng toán 1 Tính giá trị của biểu thức lượng giác

Bài 1.1 (Sở Giáo dục và Đào tạo Phú Yên, lớp 12 Bộ túc THPT, 2009-2010)

Cho

$$A = \cos 75^\circ \cos 15^\circ; \quad B = \cos \frac{2\pi}{9} \cos \frac{4\pi}{9} \cos \frac{8\pi}{9};$$

$$C = \frac{1}{\sin 18^\circ} - \frac{1}{\sin 54^\circ} + \tan 9^\circ - \tan 27^\circ - \tan 63^\circ + \tan 81^\circ.$$

Tính giá trị biểu thức $D = A^2 + B + C$.

Bài 1.2 (Sở Giáo dục và Đào tạo thp Hồ Chí Minh, THPT, 11.1.2009)

Cho $\tan x = 2 (2\pi < x < 3\pi)$ và $2 \sin y + 3 \cos y = 1 (0 < y < \pi)$.

Tính gần đúng với năm chữ số thập phân:

$$1) A = \frac{\sin^2 x - \cos^3 x}{2 \tan^2 x + 3 \cot^4 x}$$

$$2) B = \frac{\tan^2(x^2 - y) + \cot^2(x - y^2)}{\sin^2(x^2 + y) + \cos^4(x + y^2)}$$

Bài 1.3 (Sở Giáo dục và Đào tạo Đồng Tháp, Bồ túc THPT, 2008-2009)

Cho

$$A = \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}; B = \sqrt[3]{20 - \sqrt{4901}} + \sqrt[3]{20 + \sqrt{4901}}.$$

Tìm một nghiệm thuộc $(0; 2\pi)$ của phương trình $A \tan x + B = 0$

Bài 1.4 (Sở GD và ĐT Tây Ninh, THCS và Bồ túc THPT, 2008-2009)

Tính giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \cos 2x - \sqrt{2} \cos x$.

Dạng toán 2 Giải phương trình lượng giác

Bài 2.1 (Sở Giáo dục và Đào tạo Phú Yên, lớp 12 Bồ túc THPT, 2009-2010)

Tìm nghiệm gần đúng (độ, phút, giây) của phương trình:

$$2 \sin x + 3 \cos x = \sqrt{6}.$$

Bài 2.2 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thanh Hóa, Bồ túc THPT, 2006-2007)

Tìm nghiệm gần đúng của phương trình $3 \cos 2x + 4 \sin 2x - 2 = 0$.

Bài 2.3 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, lớp 12 Bồ túc THPT, 2008-2009)

Tính gần đúng nghiệm (độ, phút, giây) của phương trình

$$2 \sin 2x + 5 \sin^2 x = 1.$$

Bài 2.4 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, THPT, 14.3.2008)

Tính nghiệm (theo đơn vị độ) của phương trình

$$2\sqrt{3} \cos^2 x + 6 \sin x \cos x = 3 + \sqrt{3}.$$

Bài 2.5 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên Huế, Bộ túc THPT, 17.12.2008)

Tính gần đúng nghiệm (độ, phút, giây) của phương trình:

$$2 \sin 2x + 5 \cos^2 x = 3.$$

Bài 2.6 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên Huế, Bộ túc THPT, 01.12.2007)

Tính gần đúng nghiệm (độ, phút, giây) của phương trình:

$$4 \cos 2x + 3 \cos x = -1.$$

Bài 2.7 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên Huế, lớp 11 THPT, 01.12.2007)

Tìm nghiệm gần đúng (độ, phút, giây) của phương trình

$$\sin^2 2x + 4(\sin x + \cos x) = 3.$$

Bài 2.8 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ninh, THPT, 10.01.2009)

Tính nghiệm (độ, phút, giây) của phương trình

$$\sin 2x + 3(\sin x - \cos x) = 2.$$

Bài 2.9 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ninh, Bảng B THPT, 10.01.2009)

Tìm nghiệm gần đúng (độ, phút, giây) của phương trình:

$$\cos x - \sin x + 4 \sin x \cdot \cos x + 3 = 0.$$

Bài 2.10 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên Huế, lớp 11, 2009-2010)

Tìm nghiệm gần đúng thuộc $(0^\circ; 180^\circ)$ của phương trình:

$$9 \sin x + 6 \cos x - 3 \sin 2x + \cos 2x = 8.$$

Bài 2.11 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên-Huế, THPT, 17.12.2008)

Tính gần đúng nghiệm (theo đơn vị độ, phút, giây) của phương trình

$$3(\sin x + \cos x) = 2\sqrt{3} \cos^2 2x - (3 + \sqrt{3}).$$

Hướng dẫn: Đặt $t = \sin x + \cos x$.

Bài 2.12 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên-Huế, THPT, 01.12.2007; Sở Giáo dục và Đào tạo Tuyên Quang, THPT, 2011-2012)

1) Cho các hàm số

$$f(x) = ax^{-2} - 3x + 2, (x \neq 0) \text{ và } g(x) = a \sin 2x.$$

Giá trị nào của a thỏa mãn hệ thức $f[f(-1)] - g[f(2)] = \sqrt{2}$.

2) Tìm nghiệm gần đúng (độ, phút, giây) của phương trình

$$\sin^2 2x + 4(\sin x + \cos x) = 3$$

Bài 2.13 (Sở Giáo dục và Đào tạo thp Hồ Chí Minh, THPT, 11.1.2009)

Tìm tất cả các nghiệm gần đúng với năm chữ số thập phân (tính bằng radian) thuộc khoảng $(0; 8)$ của phương trình $\cos^3 x - \sin^3 x = -1$.

Bài 2.14 (Sở Giáo dục và Đào tạo Tuyên Quang, lớp 12 THPT, 19.10.2011)

Giải phương trình

$$\frac{(2 - \sqrt{3}) \cos x - 2 \sin^2 \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4} \right)}{2 \cos x - 1} = 1.$$

Bài 2.15 (Sở GD và ĐT Tây Ninh, THCS, Bồ túc THPT, 2008-2009)

Tìm nghiệm gần đúng (độ, phút, giây) của phương trình:

$$4(\sin 3x - \cos 2x) = 5(\sin x - 1).$$

Bài 2.16 (Sở Giáo dục và Đào tạo Sóc Trăng, THPT, 2008-2009)

Giải hệ phương trình lượng giác

$$\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{4}; \\ \frac{\tan x}{\tan y} = \frac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}}. \end{cases}$$

Chương 5 HÌNH HỌC TRÊN MÁY TÍNH ĐIỆN TỬ

Dạng toán 1 Hình học giải tích

Bài 1.1 (Sở Giáo dục và Đào tạo Sóc Trăng, THPT, 2008-2009)

1) Tính m để khoảng cách từ điểm $A(1;1)$ đến đường thẳng $mx + (2m - 1)y - 3 = 0$ là 2.

2) Cho tam giác ABC có phương trình các đường thẳng $AB : 5x - 3y + 2 = 0$; đường cao $AD : 4x - 3y + 1 = 0$; đường cao $BE : 7x + 2y - 22 = 0$. Tính tọa độ điểm C .

Bài 1.2 (Sở Giáo dục và Đào tạo Phú Yên, lớp 12 Bồ túc THPT, 2009-2010)

Cho tam giác có các đỉnh $A(1; -2)$, $B(5, 6)$, $C(-4; -6)$.

1) Tính độ dài các cạnh của tam giác;

2) Tính gần đúng các góc (độ, phút, giây) của tam giác.

Bài 1.3 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ngãi, Bộ túc THPT, 30.1.2010)

Tính diện tích hình bình hành $ABCD$ có các đỉnh có tọa độ tương ứng sau:

$$A(-3;4), B(1;3), C(-2;-3).$$

Bài 1.4 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên-Huế, THPT, 01.12.2007)

(Lớp 11, 12) Cho tam giác ABC vuông tại đỉnh $A(-1; 3)$ cố định, còn các đỉnh B và C di chuyển trên đường thẳng đi qua hai điểm $M(-3; 1)$, $N(4; 1)$. Biết rằng góc $\widehat{ABC} = 30^\circ$. Hãy tính tọa độ đỉnh B .

(Lớp 11) Cho tam giác ABC có các đỉnh $A(9;-3)$, $B\left(\frac{3}{7}; -\frac{1}{7}\right)$ và $C(-1; 7)$.

- 1) Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .
- 2) Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn, biết tiếp tuyến đi qua điểm $M(-4;1)$.

Bài 1.5 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên Huế, Bộ túc THPT, 17.12.2008)

1) Phương trình các cạnh của tam giác ABC là:

$$AB: 2x + 3y + 8 = 0; BC: 5x + 3y - 7 = 0; AC: 4x - 5y - 6 = 0.$$

Tính tọa độ các đỉnh A, B, C và diện tích của tam giác đó.

2) Tính gần đúng giá trị của a và b nếu đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm $M(-3; 2)$ và là tiếp tuyến của đường tròn $x^2 + y^2 - 6x + 8y = 0$.

Bài 1.6 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ngãi, THPT, 30.1.2010)

Cho đường tròn (C) có tâm thuộc đường thẳng $y = 3x - 4$ và (C) đi qua hai điểm $M(1; 2)$, $N(3; 1)$. Tính độ dài đường tròn và diện tích hình tròn (C) .

Bài 1.7 (Sở Giáo dục và Đào tạo Sóc Trăng, lớp 12, 28.11.2010)

1) Biết khoảng cách từ $A(1;1)$ đến đường thẳng $mx + (2m - 1)y - 3 = 0$ là 2.

Tính m .

2) Cho $A(-1;1)$, $B(1;3)$, $C(2;5)$. Biết rằng tập hợp các điểm M thỏa mãn phương trình $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 40$ là đường tròn. Tìm tọa độ tâm và bán kính đường tròn.

Bài 1.8 (Sở GD và ĐT Tây Ninh, THCS và Bộ túc THPT, 2008-2009)

Trong mặt phẳng Oxy cho $A(2;3), B(8;6\sqrt{3}+3); C(2+4\sqrt{3};7)$

- 1) Tính góc \widehat{BAC} , độ dài AB, AC và suy ra $S_{\Delta ABC}$.
- 2) Tính bán kính đường tròn nội tiếp ΔABC .

Bài 1.9 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên Huế, Bỏ túc THPT, 01.12.2007)

- 1) Cho tam giác ABC có các đỉnh $A(9;-3), B\left(\frac{3}{7};-\frac{1}{7}\right)$ và $C(-1;7)$.
 - 1a) Tính diện tích tam giác ABC và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC .
 - 1b) Xác định tâm và tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .
- 2) Tính gần đúng giá trị của a và b nếu đường thẳng $y = ax + b$ là tiếp tuyến của đường tròn $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 16$ và đi qua điểm $M(-4;5)$.

Bài 1.10 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên-Huế, THPT, 17.12.2008)

Cho ba đường thẳng:

$d_1 : 3x - y + 5 = 0; d_2 : 2x - 3y - 6 = 0; d_3 : 2x + y - 3 = 0$. Hai đường thẳng (d_1) và (d_2) cắt nhau tại A , hai đường thẳng (d_2) và (d_3) cắt nhau tại B ; hai đường thẳng (d_3) và (d_1) cắt nhau tại C .

- 1) Tìm tọa độ của các điểm A, B, C (viết dưới dạng phân số).
- 2) Tính gần đúng hệ số góc của đường thẳng chứa tia phân giác trong góc A của tam giác ABC và tọa độ giao điểm D của tia phân giác đó với cạnh BC .
- 3) Tính gần đúng diện tích phần hình phẳng giữa đường tròn ngoại tiếp và đường tròn nội tiếp tam giác ABC . Kết quả làm tròn đến hai chữ số lẻ thập phân.

Bài 1.11 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thanh Hóa, Bỏ túc THPT, 2006-2007)

- 1) Tính gần đúng tọa độ giao điểm của đường thẳng $x - 2y - 3 = 0$ với đường tròn $x^2 + y^2 = 4$.
- 2) Xác định tâm và tính bán kính đường tròn tiếp xúc với đường thẳng $y = x - 1$ và cả hai nhánh của $y = \frac{1}{x}$.
- 3) Cho tam giác ABC có các đỉnh $A(1;3), B(-5;2), C(5;5)$.
 - 3a) Tính giá trị gần đúng độ dài ba cạnh của tam giác.
 - 3b) Tính gần đúng (độ, phút, giây) số đo của góc A .

Bài 1.12 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ngãi, Bỏ túc THPT, 30.1.2010)

Tính gần đúng độ dài dây cung chung AB của hai đường tròn

$$x^2 + y^2 + 8x - 2y + 1 = 0 \text{ và } x^2 + y^2 - 4x + 6y - 5 = 0.$$

Bài 1.13 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ninh, THPT, 10.01.2009)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai đường tròn

$$(C_1): x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$$

$$\text{và } (C_2): x^2 + y^2 - 4x - 6y + 4 = 0.$$

Tính gần đúng tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn (C) biết I nằm trên đường thẳng $x + y - 1 = 0$ và (C) tiếp xúc ngoài với hai đường tròn đã cho.

Bài 1.14 (Sở Giáo dục và Đào tạo Tuyên Quang, THPT, 2011-2012)

Cho hai đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 2y - 4 = 0$ và $(C'): (x - 2)^2 + y^2 = 6$.

- 1) Tìm tọa độ giao điểm của (C) với (C') .
- 2) Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua các giao điểm của (C) và (C') .

Bài 1.15 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ninh, Bảng B THPT, 10.01.2009)

Cho hai đường tròn có phương trình tương ứng là: $x^2 + y^2 + 5x - 6y + 1 = 0$ và $x^2 + y^2 - 2x + 3y - 2 = 0$.

- 1) Tính gần đúng tọa độ các giao điểm của hai đường tròn đó.
- 2) Tìm a và b để đường tròn $x^2 + y^2 + ax + by + 5 = 0$ cũng đi qua giao điểm của hai đường tròn nói trên.

Bài 1.16 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, lớp 12 Bỏ túc THPT, 11.3.2011)

Tìm gần đúng tọa độ hai giao điểm của elip $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ và đường thẳng $3x + 4y = 5$.

Bài 1.17 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, lớp 12 Bỏ túc THPT, 2008-2009)

Tính gần đúng tọa độ giao điểm của elip $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ và đường thẳng $5x + 6y - 7 = 0$.

Bài 1.18 (Sở Giáo dục và Đào tạo Sóc Trăng, lớp 12, 28.11.2010)

Tìm trên elip $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$ một điểm M sao cho $MF_1 = 2MF_2$ trong đó F_1, F_2 là các tiêu điểm của elip.

Bài 1.19 (Sở GD và ĐT Tây Ninh, THCS và Bỏ túc THPT, 2008-2009)

Tính giá trị gần đúng tọa độ các giao điểm của đường thẳng $2x - 5y + 6 = 0$ và

$$(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1.$$

Bài 1.20 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên Huế, 2010-2011)

Tìm gần đúng tọa độ giao điểm của đường tròn (C) có tâm $I(5; 3)$, bán kính

$$R=2 \text{ và elip } (E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1.$$

Bài 1.21 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, THPT, 14.3.2008)

Tính gần đúng tọa độ giao điểm của parabol (P): $y = x^2 - 2x$ với elip

$$(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1.$$

Bài 1.22 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên-Huế, THPT, 17.12.2008)

Tính gần đúng tọa độ hai giao điểm của elip $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ và parabol $y = 3x^2$.

Bài 1.23 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ninh, Bảng B THPT, 10.01.2009)

Tính tọa độ các giao điểm M và N của Hypebol $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$ và đường thẳng đi qua 2 điểm $M(1; 4)$; $N(-2; 5)$.

Bài 1.24 (Sở Giáo dục và Đào tạo Sóc Trăng, THPT, 2008-2009)

1) Cho tam giác ABC có phương trình các đường thẳng $AB: 5x - 3y + 2 = 0$; đường cao $AD: 4x - 3y + 1 = 0$; đường cao $BE: 7x + 2y - 22 = 0$. Tính tọa độ điểm C .

2) Cho elip $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{16} = 1$ và điểm $I(1; 2)$. Tìm tọa độ giao điểm A, B của elip và đường thẳng đi qua I sao cho I là trung điểm của AB .

Bài 1.25 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, THPT, 14.3.2008)

1) Trong không gian với hệ tọa độ vuông góc $Oxyz$ cho ba điểm $S(1; 0; 0)$, $Q(0; 2; 0)$, $R(2; 0; 2)$. Hãy tính các hệ số A, B, C, D trong phương trình tổng quát của mặt phẳng (P): $Ax + By + Cz + d = 0$ đi qua ba điểm này.

2) Trong không gian với hệ tọa độ vuông góc $Oxyz$ cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(1; 0; 0)$, $D(0; 1; 0)$, $A'(0; 0; 1)$. Gọi

M là trung điểm AB và N là tâm của hình vuông $ADD'A'$. Hãy tính diện tích thiết diện tạo bởi mặt phẳng (CMN) với hình lập phương.

Dạng toán 2 Hình học phẳng

Bài 2.1 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, THPT, 2008-2009)

Tính diện tích hình tứ giác $ABCD$ biết

$$AB = 4\text{cm}, BC = 4\text{cm}, CD = 5\text{cm}, DA = 6\text{cm} \text{ và góc } B = 70^\circ.$$

Bài 2.2 (Sở GD và ĐT Đồng Tháp, Bổ túc THPT, 2008-2009)

Tam giác PQR có $PQ = 8\text{cm}$; $QR = 13\text{cm}$; $RP = 15\text{cm}$. Tìm điểm S thuộc đoạn PR sao cho PS và QS cùng là hai số nguyên.

Bài 2.3 (Sở GD và ĐT Đồng Tháp, Bổ túc THPT, 2008-2009)

Cho tam giác ABC có phân giác trong AD (D thuộc đoạn BC), M là trung điểm AB . Đoạn thẳng AD cắt đoạn thẳng CM tại I . Tính diện tích tam giác ACI khi $AB = 5$; $AC = 5$; $BC = 7$.

Bài 2.4 (Sở Giáo dục và Đào tạo Sóc Trăng, THPT, 2008-2009)

Cho hình bình hành $ABCD$ có diện tích bằng 1 (đvdt). Gọi M là trung điểm của các cạnh BC , N là giao điểm của AM và BD . Tính diện tích của tứ giác $MNDC$.

Bài 2.5 (Sở GD và ĐT Đồng Tháp, Bổ túc THPT, 2008-2009)

Tam giác ABC có $AB = 3\text{cm}$, $BC = 9\text{cm}$, $CA = 7\text{cm}$. Hình chữ nhật $MNPQ$ có M thuộc cạnh AB , N thuộc cạnh AC và hai đỉnh P, Q cùng thuộc cạnh CB . Tính diện tích lớn nhất có thể có của hình chữ nhật $MNPQ$.

Bài 2.6 (Sở Giáo dục và Đào tạo thp Hồ Chí Minh, THPT, 11.1.2009)

Cho tam giác đều ABC , M là một điểm nằm trong tam giác ABC sao cho:

$$MA = 4 \text{ và } MB = 5.$$

- 1) Biết $AB = 7$. Tính độ dài MC gần đúng đến năm chữ số.
- 2) Biết $MC = 6$. Tính độ dài AB gần đúng đến năm chữ số.

Bài 2.7 (Sở GD và ĐT Tây Ninh, THCS và Bổ túc THPT, 2008-2009)

1) Cho hình thoi có chu vi là 37,12 cm. Tỷ số giữa hai đường chéo là 2:3. Tính diện tích hình thoi ấy.

2) Cho ΔABC vuông cân tại A ; $AB = 13,584 \text{ cm}$; $AC = 14,385 \text{ cm}$.

2a) Tính độ dài đường phân giác trong của góc A .

2b) Tính bán kính đường tròn nội tiếp ΔABC .

Bài 2.8 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ninh, THPT, 10.01.2009)

Cho ΔABC nội tiếp đường tròn tâm O bán kính R . Biết $AB = 3,14 \text{ cm}$;
 $BC = 7,56 \text{ cm}$; $R = 5,13 \text{ cm}$. Tính gần đúng độ dài cạnh AC .

Bài 2.9 (Sở GD và ĐT Đồng Tháp, Bỏ túc THPT, 2008-2009)

Hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 1 nội tiếp trong đường tròn tâm O. M là điểm trên cung BC sao cho góc $MAB = 30^\circ$.

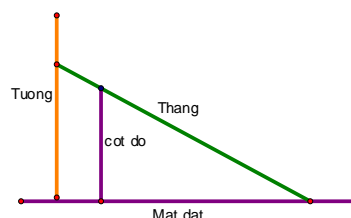
- 1) Tính góc AOM .
- 2) Tính diện tích tứ giác $AOMB$.

Bài 2.10 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thanh Hóa, Bỏ túc THPT, 2006-2007)

- 1) Tính gần đúng diện tích và chu vi đa giác đều 70 cạnh nội tiếp đường tròn đơn vị.
- 2) Tính gần đúng diện tích tam giác ABC có cạnh $AB = 5$, góc $A = 84^\circ 13' 38''$, góc $B = 34^\circ 51' 33''$.

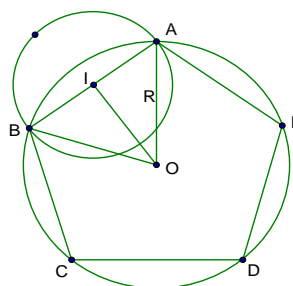
Bài 2.11 (Sở Giáo dục và Đào tạo Tuyên Quang, THPT, 2011-2012)

1) Tìm chiều dài bé nhất của cái thang để nó có thể tựa vào tường và mặt đất, ngang qua cột đỡ cao 4 m, song song và cách tường 0,5 m kể từ tim của cột đỡ (hình vẽ)



2) Cho hình ngũ giác đều nội tiếp trong đường tròn (O) có bán kính $R = 3,65 \text{ cm}$.

Tính diện tích (phần gạch sọc) giới hạn bởi nửa đường tròn đường kính AB là cạnh của ngũ giác đều và đường tròn (O) (hình vẽ)



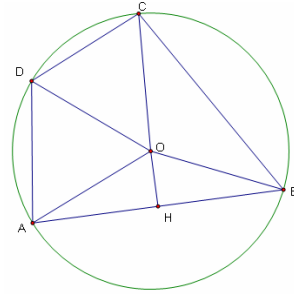
Bài 2.12 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên Huế, Bỏ túc THPT, 01.12.2007)

Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp trong đường tròn (O) bán kính

$$R = 4,20 \text{ cm}, AB = 7,69 \text{ cm},$$

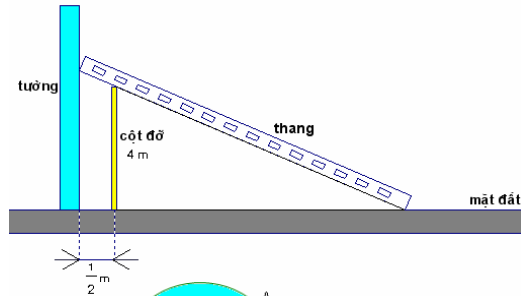
$$BC = 6,94 \text{ cm}, CD = 3,85 \text{ cm}$$

Tìm độ dài cạnh còn lại và tính diện tích của tứ giác $ABCD$. (kết quả lấy với 2 chữ số ở phần thập phân).

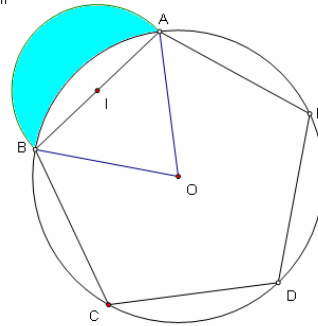


Bài 2.13 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên-Huế, THPT, 01.12.2007)

1) Tìm chiều dài bé nhất của cái thang để nó có thể tựa vào tường và mặt đất, ngang qua cột đỡ cao 4 m, song song và cách tường 0,5 m kể từ tim của cột đỡ (hình vẽ)

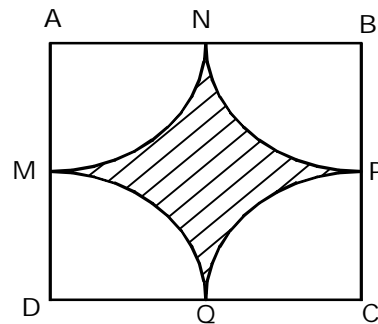


2) Cho hình ngũ giác đều nội tiếp trong đường tròn (O) có bán kính $R = 3,65 \text{ cm}$. Tính diện tích (có tô màu) giới hạn bởi nửa đường tròn đường kính AB là cạnh của ngũ giác đều và đường tròn (O) (hình vẽ).



Bài 2.14 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ngãi, Bỏ túc THPT, 30.1.2010)

1) Tính diện tích tam giác ABC biết góc $B = 49^{\circ}27'$; góc $C = 37^{\circ}52'$; cạnh $BC = 18,53$.



2) Cho hình vuông cạnh $a = 5,35$. Dựng các đường tròn tâm A, B, C, D có bán kính $R = \frac{a}{2}$. Tính diện tích của phần hình vuông nằm giữa bốn đường tròn đó (phần gạch chéo trên hình vẽ).

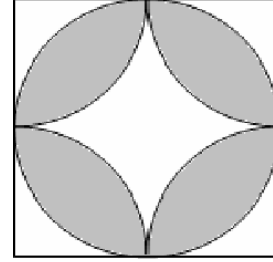
Bài 2.15 (Sở Giáo dục và Đào tạo Sóc Trăng, lớp 12, 28.11.2010)

1) Tính diện tích hình tròn nội tiếp tam giác ABC biết $AB = 4$, $BC = 5$, $AC = 6$.

2) Viên gạch hình vuông có cạnh là 30cm có hoa văn như hình vẽ.

2a) Tính diện tích phần được tô.

2b) Tính tỉ lệ phần trăm phần diện tích được tô và diện tích viên gạch.



Dạng toán 3 Hình học không gian

Bài 3.1 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, lớp 12 Bồ túc THPT, 11.3.2011)

1) Tính diện tích toàn phần của hình chóp $S.ABCD$ nếu đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh SA vuông góc với đáy, $AB = 5dm$, $BD = 9dm$, $SD = 13dm$.

2) Hình tứ diện $ABCD$ có các cạnh $AB = AC = AD = 5dm$, $BC = 5dm$, $CD = 7dm$, $BD = 9dm$. Tính gần đúng diện tích S của tam giác BCD , bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD và thể tích V của khối tứ diện đó.

Bài 3.2 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, lớp 12 Bồ túc THPT, 2008-2009)

1) Tính gần đúng thể tích khối chóp $S.ABCD$ nếu đáy $ABCD$ là hình bình hành, cạnh SA vuông góc với đáy, $AB = 7dm$, $AC = 9dm$, $SD = 11dm$, góc $ABC = 80^\circ$.

2) Tính gần đúng bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình tứ diện $ABCD$ có các cạnh $AB = AC = AD = 8dm$, $BC = 7dm$, $CD = 6dm$, $BD = 5dm$.

Bài 3.3 (Sở Giáo dục và Đào tạo thp Hồ Chí Minh, THPT, 11.1.2009)

Cho tứ diện $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 65^\circ$, $SB = SC = 8$, diện tích tam giác ABC bằng 40. Tính AB và SA gần đúng đến năm chữ số thập phân.

Bài 3.4 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, lớp 12 Trung học Phổ thông, 11.3.2011)

Diện tích xung quanh của một hình chóp tam giác đều gấp năm lần diện tích đáy. Hãy tìm góc ở đỉnh của một mặt bên.

Bài 3.5 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, lớp 12 Trung học Phổ thông, 11.3.2011)

Thể tích của một hình nón lớn gấp 2011 lần thể tích hình cầu nội tiếp hình nón đó. Tính góc tạo bởi đường sinh của hình nón và mặt phẳng đáy.

Bài 3.6 (Sở GD và ĐT Sóc Trăng, THPT, 2008-2009)

Tính các cạnh của hình hộp chữ nhật, biết rằng thể tích của nó bằng 15,625 (đvtt), diện tích toàn phần của nó bằng 62,5 (đvdt) và các cạnh của nó lập thành cấp số nhân.

Bài 3.7 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ngãi, Bồ túc THPT, 30.1.2010)

Cho tứ diện $DABC$ biết $mp(ADB)$ vuông góc với $mp(ADC)$.

$$ADC = 60^0, ADB = 45^0, DA = 3, 2; DB = 4, 5; DC = 5, 6;$$

Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $DABC$.

Bài 3.8 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên-Huế, THPT, 17.12.2008)

1) Tính gần đúng diện tích toàn phần của hình chóp $S.ABCD$ nếu đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 7dm, AD = 6dm, SD = 11dm$, cạnh SA vuông góc với đáy.

2) Hình chóp ngũ giác đều có cạnh đáy $a = 6,74cm$, cạnh bên $b = 9,44cm$.

2a) Tính diện tích xung quanh và thể tích của hình chóp.

2b) Tính gần đúng số đo (độ, phút, giây) của góc hợp bởi mỗi mặt bên và mặt đáy của hình chóp.

2c) Tìm thể tích phần ở giữa hình cầu nội tiếp và hình cầu ngoại tiếp hình chóp đều đã cho.

Bài 3.9 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên Huế, Bồ túc THPT, 17.12.2008)

Hình tứ diện $ABCD$ có chân đường vuông góc hạ từ A xuống mặt phẳng BCD là tâm đường tròn nội tiếp tam giác BCD . Các cạnh có độ dài $AB = 5dm, BC = 6dm, CD = 7dm, BD = 8dm$, Tính gần đúng diện tích của tam giác BCD , bán kính r của đường tròn nội tiếp tam giác BCD và thể tích của khối tứ diện đó.

Bài 3.10 (Sở Giáo dục và Đào tạo Phú Yên, lớp 12 Bồ túc THPT, 2009-2010)

Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $\frac{\sqrt{3}}{3}$ và điểm A' cách đều các điểm A, B, C . Cạnh bên AA' tạo với mặt phẳng đáy một góc 60^0 .

1) Tính thể tích (V) của khối lăng trụ.

2) Tính diện tích xung quanh (S_{xq}) khối lăng trụ.

Bài 3.11 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên Huế, Bồ túc THPT, 01.12.2007)

Tính gần đúng thể tích và diện tích toàn phần của hình chóp đều $S.ABCD$ với cạnh đáy $AB = 12 \text{ dm}$, góc của mỗi cạnh bên và mặt đáy là $\alpha = 67^\circ$.

Bài 3.12 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ninh, Bảng B THPT, 10.01.2009)

1) Cho hình nón có đường sinh 10 dm, góc ở đỉnh $80^\circ 54' 25''$.

1a) Tính giá trị gần đúng đến bốn chữ số thập phân của thể tích khối nón.

1b) Tính giá trị gần đúng đến sáu chữ số thập phân diện tích toàn phần của hình nón.

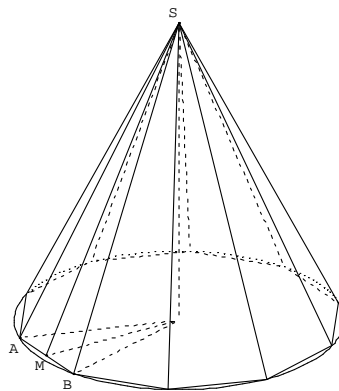
2) Một thùng hình trụ có đường kính đáy (bên trong) bằng 12.24 cm đựng nước cao lên 4.56 cm so với mặt trong của đáy. Một viên bi hình cầu được thả vào trong thùng (sao cho đáy của bi chạm với mặt trong đáy của hình trụ) thì mực nước dâng lên sát với điểm cao nhất của viên bi (nghĩa là mặt nước là tiếp diện của mặt cầu). Hãy tính bán kính của viên bi, biết công thức tính thể tích hình cầu là $V = \frac{4}{3}\pi x^3$ (x là bán kính hình cầu).

Bài 3.13 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên-Huế, THPT, 01.12.2007)

Cho hình chóp thập diện đều có đáy nội tiếp trong đường tròn có bán kính $r = 3,5 \text{ cm}$, chiều cao $h = 8 \text{ cm}$.

1) Tính diện tích xung quanh và thể tích của hình chóp.

2) Tìm thể tích phần ở giữa hình cầu nội tiếp và hình cầu ngoại tiếp hình chóp đều đã cho.



Bài 3.14 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ninh, THPT, 10.01.2009)

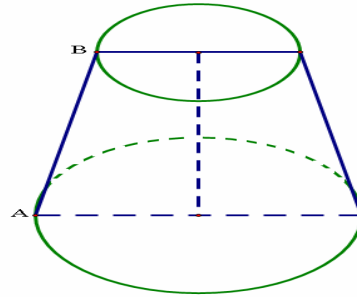
Cho hình bát diện đều, có độ dài cạnh là $3\sqrt{5} \text{ cm}$. Tính gần đúng:

1) Diện tích xung quanh của hình bát diện đều và thể tích của khối bát diện đều đó.

2) Tỷ số giữa thể tích khối cầu nội tiếp và thể tích khối cầu ngoại tiếp hình bát diện đều.

Bài 3.15 (Sở Giáo dục và Đào tạo Tuyên Quang, THPT, 2011-2012)

Có một cái cốc úp ngược như hình vẽ. Chiều cao của cốc là 20cm, bán kính đáy cốc là 3cm, bán kính miệng cốc là 4cm. Một con kiến đang đứng ở điểm A của miệng cốc dự định sẽ bò hai vòng quanh thân cốc để lên đến đáy cốc ở điểm B. Tính quãng đường ngắn nhất để con kiến có thể thực hiện được dự định của mình.



Chương 6 MỘT SỐ BÀI TOÁN KHÁC

Bài 6.1 (Sở Giáo dục và Đào tạo Tuyên Quang, lớp 12 THPT, 19.10.2011)

Giải phương trình $x^2 - 3x + 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}\sqrt{x^4 + x^2 + 1} = 0$.

Bài 6.2 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ngãi, Bỏ túc THPT, 30.1.2010)

Tìm x, y nguyên dương nhỏ nhất và thoả $y = \sqrt[3]{18 + \sqrt{x+1}} + \sqrt[3]{17 - \sqrt{x+1}}$

Bài 6.3 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, lớp 12 Trung học Phổ thông, 11.3.2011)

Giải phương trình $x^2 - 2010[x] + 2011 = 0$.

Bài 6.4 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Trung học Phổ thông, 11.3.2011)

Tìm hệ số lớn nhất trong khai triển nhị thức $(5x + \sqrt{7})^{11}$.

Bài 6.5 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên-Huế, THPT, 17.12.2008)

1) Tìm x biết $C_{20}^{2x} + A_{2x+1}^x - P_{x-3} - x^8 - x^5 = 33479022340$ với P_n là số hoán vị của n phần tử, A_n^k là số chỉnh hợp chập k của n phần tử, C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử.

2) Tìm hệ số của số hạng chứa x^6, x^{17}, x^{28} trong khai triển nhị thức Newton của $\left(\frac{1}{x^2} + \sqrt[3]{x^5}\right)^{30}$.

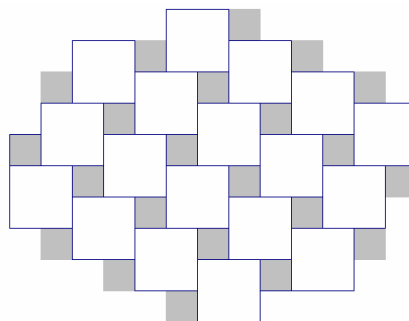
Bài 6.7 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ninh, THPT, 10.01.2009)

Giả sử: $(3x^3 + 2x + 2)^{12} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{35}x^{35} + a_{36}x^{36}$

Tính tổng $S = a_1 + a_2 + \dots + a_{35} + a_{36}$.

Bài 6.8 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, THPT, 14.3.2008)

Người ta dùng hai loại gạch lát sàn hình vuông có kích thước $40\text{cm} \times 40\text{cm}$ (màu trắng) và $20\text{cm} \times 20\text{cm}$ (màu đen), ghép với nhau để tạo ra họa tiết như trong hình vẽ bên. Loại gạch đen được tạo ra bằng cách cắt những viên gạch kích thước $40\text{cm} \times 40\text{cm}$ thành 4 mảnh.



Sàn được lát là một hình chữ nhật với kích thước $15\text{m} \times 12\text{m}$, với các cạnh song song với các cạnh của gạch lát. Bạn hãy cho biết chi phí tổng thể cho việc lát sàn, biết rằng:

- Đơn giá gạch lát (kích thước $40\text{cm} \times 40\text{cm}$) là 63.000 đ/m^2 đối với màu trắng và 76.000 đ/m^2 đối với màu đen;
- Đơn giá nhân công lát sàn (bao gồm cả vật tư phụ như: xi măng, cát,...) là 20.000 đ/m^2 ;
- Tiền công cắt gạch (không phụ thuộc vào màu gạch) là 1000 đ cho mỗi mạch cắt dài 40cm (các mạch cắt ngắn hơn được tính tỉ lệ thuận theo độ dài).

Bài 6.9 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, lớp 12 Trung học Phổ thông, 11.3.2011)

Một đồ chơi gồm tám hình tứ diện từ nhỏ đến lớn lồng nhau (mở hình thứ nhất thì xuất hiện hình thứ hai nhỏ hơn đựng bên trong, mở tiếp hình thứ hai thì xuất hiện hình thứ ba nhỏ hơn đựng bên trong; cứ như thế đến hình thứ tám nhỏ nhất). Biết tứ diện thứ k là $O_k A_k B_k C_k$ có $O_k A_k$ vuông góc với mặt phẳng $A_k B_k C_k$, $O_k A_k = B_k C_k$ với $1 \leq k \leq 8$. Các cạnh $A_k B_k$, $k = 1, 2, \dots, 8$ lập thành cấp số cộng có công sai bằng $-1, 1\text{cm}$. Các cạnh $A_k C_k$, $k = 1, 2, \dots, 8$ lập thành cấp số cộng có công sai bằng $-2, 2\text{cm}$. Các góc $B_k A_k C_k$, $k = 1, 2, \dots, 8$ lập thành cấp số cộng có công sai bằng -2° . Cạnh $A_1 B_1 = 1\text{cm}$, $A_1 C_1 = 2\text{cm}$, góc $B_1 A_1 C_1 = 20^\circ$. Tính tổng thể tích của tám khối tứ diện đó.

Bài 6.10 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, THPT, 2008-2009)

1) Với việc tính toán trên máy thì thời gian thực hiện các phép tính nhân và chia lớn gấp bội so với thời gian thực hiện các phép tính cộng và trừ. Cho nên, một tiêu chí để đánh giá tính hiệu quả của một công thức (hay thuật toán) là ở chỗ cho phép sử dụng ít nhất có thể các phép tính nhân và chia. Với số e , người ta có thể tính xấp xỉ nó theo các công thức sau đây:

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n; \quad (1)$$

$$e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}. \quad (2)$$

Theo em, để tính được giá trị của biểu thức $A = \left(1 + \frac{1}{1025}\right)^{1025}$ thì cần tới bao nhiêu phép nhân và chia, và khi ấy kết quả thu được xấp xỉ số e chính xác tới bao nhiêu chữ số thập phân sau dấu phẩy.

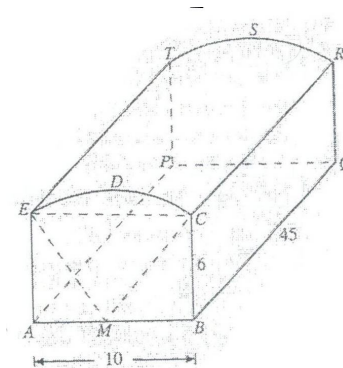
Câu hỏi tương tự như trên đối với biểu thức $B = \sum_{n=0}^6 \frac{1}{n!}$.

2) Một hộp nữ trang (xem hình vẽ) có mặt bên $ABCDE$ với $ABCE$ là hình chữ nhật, cạnh cong CDE là một cung của đường tròn tâm tại trung điểm M của cạnh AB . Biết

$AB = 10\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$ và $BQ = 45\text{cm}$.

Hãy tính:

- Góc CME theo radian.
- Độ dài cung CDE .
- Diện tích hình quạt $MCDE$.
- Diện tích toàn phần của hộp nữ trang.
- Thể tích của hộp nữ trang.



TÀI LIỆU

- Tạ Duy Phương, *Giải toán trên máy tính điện tử*. Nhà xuất bản Giáo dục, 2003, 2005.
- Tạ Duy Phương, Nguyễn Thế Thạch, *Các đề thi học sinh giỏi Giải toán trên máy tính Casio 1996-2004*. Nhà xuất bản Giáo dục, 2004, 2005.
- Tạ Duy Phương, Phạm Thị Hồng Lý, *Một số dạng toán thi học sinh giỏi Giải toán trên máy tính-Phương trình sai phân*. Nhà xuất bản Giáo dục, 2005, 2006, 2008.
- Tạ Duy Phương, *Hướng dẫn sử dụng, thực hành giải toán và một số đề thi THCS, THPT trên máy tính điện tử Sharp*. Nhà xuất bản Giáo dục, 2006.

5. Tạ Duy Phượng, *Chuyên đề bồi dưỡng học sinh giỏi Giải toán trên máy tính điện tử-Hệ đếm và ứng dụng*. Nhà xuất bản Giáo dục, 2007.
6. Tạ Duy Phượng, *Chuyên đề bồi dưỡng học sinh giỏi Giải toán trên máy tính điện tử-Toán thống kê*. Nhà xuất bản Giáo dục, 2007.
7. Tạ Duy Phượng, *Các dạng toán thi học sinh giỏi Giải toán trên máy tính điện tử*, Tập I: Trung học Cơ sở, Tập II: Trung học Phổ thông. (Bản thảo), 2012.
8. Trần Đỗ Minh Châu, Tạ Duy Phượng, Nguyễn Khắc Toàn, *Tuyển tập các đề thi Giải toán trên máy tính (Trung học Cơ sở 2003-2010)*, Nhà xuất bản Giáo dục (Sẽ ra).
9. Phạm Thị Nhàn, Tạ Duy Phượng, Trần Dư Sinh, *Tuyển tập các đề thi Giải toán trên máy tính (Trung học Phổ thông, 2003-2012)* (Bản thảo), 2012.
10. Các sách, tạp chí, các trang WEB về toán và máy tính.