

CÁC DẠNG TOÁN THI HỌC SINH GIỎI

GIẢI TOÁN TRÊN MÁY TÍNH ĐIỆN TỬ KHOA HỌC

(Tập I: Trung học Cơ sở)

Biên soạn: PGS TS Tạ Duy Phương

LỜI NÓI ĐẦU

Tài liệu này được biên soạn cho lớp tập huấn giáo viên *Giải toán trên máy tính điện tử* năm học 2011-2012 của Sở Giáo dục và Đào tạo Hà Nội. Tài liệu được biên soạn dựa theo bản thảo cuốn sách Các dạng toán thi học sinh giỏi *Giải toán trên máy tính điện tử khoa học*, Tập I: Trung học Cơ sở.

Tài liệu tập hợp các đề thi học sinh giỏi *Giải toán trên máy tính điện tử* và được chia làm tám Chương: Số nguyên, Số học, Đại số, Thống kê, Dãy số, Lượng giác, Hình học, và Các bài toán khác. Tác giả cố gắng phân loại tương đối đầy đủ và tỉ mỉ các dạng toán trong mỗi Chương. Các đề thi trong mỗi dạng được sắp xếp theo theo tiêu chí: Từ dễ đến khó, ưu tiên các đề thi những năm gần đây. Tuy nhiên, sắp xếp này có tính chất chủ quan và tương đối. Bạn đọc có thể sắp xếp lại theo quan điểm cá nhân. Do khuôn khổ của Tài liệu, các đề thi không có lời giải. Bạn đọc có thể tự giải hoặc xem lời giải chi tiết của phần lớn các đề thi trong Tài liệu tham khảo [1]-[10].

Tài liệu (và bản thảo cuốn sách) được biên soạn dựa trên các bài giảng tại các lớp Bồi dưỡng giáo viên từ năm 2000 đến nay. Xin chân thành cảm ơn Bộ Giáo dục Đào tạo, các Sở Giáo dục Đào tạo các tỉnh, thành phố, đã tạo điều kiện để tác giả thực hiện các bài giảng và hoàn thiện bản thảo cuốn sách này.

Do hạn chế về khuôn khổ của Tài liệu cũng như hạn chế về thời gian, thông tin và kiến thức của tác giả, Tài liệu chưa thể được gọi là hoàn chỉnh. Xin chân thành cảm ơn những ý kiến đóng góp. Thư từ trao đổi xin được gửi về địa chỉ:

Tạ Duy Phương, Viện Toán học, 18 Hoàng Quốc Việt, Hà Nội.

Điện thoại: 0983605756; E-mail: tdphuong@math.ac.vn

Hà Nội, tháng 9 năm 2012

Tác giả

CÁC DẠNG TOÁN THI HỌC SINH GIỎI
GIẢI TOÁN TRÊN MÁY TÍNH ĐIỆN TỬ KHOA HỌC
(Tập 1: TRUNG HỌC CƠ SỞ)

Chương 1 SỐ NGUYÊN TRÊN MÁY TÍNH ĐIỆN TỬ

Dạng toán 1 Học mà chơi – Chơi mà học

Ngay cả học sinh lớp 4, lớp 5 cũng có thể sử dụng máy tính để nghiên cứu toán (phát hiện các qui luật ẩn tàng trong các số tự nhiên). Dưới đây là một số ví dụ.

Bài 1.1 Hãy tính trên máy:

- | | | |
|--------------------------------------|----|---|
| 1) $9 \boxed{+} 9 \boxed{=} (18)$ | và | $9 \boxed{\times} 9 \boxed{=} (81);$ |
| 2) $24 \boxed{+} 3 \boxed{=} (27)$ | và | $24 \boxed{\times} 3 \boxed{=} (72);$ |
| 3) $47 \boxed{+} 2 \boxed{=} (49)$ | và | $47 \boxed{\times} 2 \boxed{=} (94);$ |
| 4) $263 \boxed{+} 2 \boxed{=} (265)$ | và | $263 \boxed{\times} 2 \boxed{=} (526);$ |
| 5) $497 \boxed{+} 2 \boxed{=} (499)$ | và | $497 \boxed{\times} 2 \boxed{=} (994).$ |

Điều thú vị ở đây là: Tổng và tích các số trong mỗi cặp chỉ khác nhau về vị trí các chữ số. Còn các số như vậy không? - Chưa có câu trả lời.

Bài 1.2 Dùng máy tính để kiểm tra:

$$2012 \times 9999 = 20117988; \quad 1909 \times 9999 = 19088091.$$

Qui luật: Nhân một số có bốn chữ số với 9999 được một số có 8 chữ số, bốn chữ số đầu chính là số đó bớt đi 1 đơn vị, bốn chữ số sau phụ với bốn chữ số đã cho để được 9999.

Hãy kiểm tra trên máy tính và chứng minh qui luật trên.

Bài 1.3 Dùng máy tính để phát hiện điều thú vị sau:

$$\begin{aligned} 3 \times 4 &= (12); \\ 33 \times 34 &= (1122); \\ 333 \times 334 &= (111222); \\ 3333 \times 3334 &= (11112222); \\ 33333 \times 33334 &= (1111122222) \end{aligned}$$

Chứng minh rằng (mỗi nhóm có k chữ số 3):

$$\underbrace{3 \dots 3}_k \times \underbrace{3 \dots 3}_k 4 = \left(\underbrace{1 \dots 1}_k \underbrace{2 \dots 2}_k \right).$$

Bài 1.4 Dùng máy tính để kiểm tra bảng “cửu chương” sau và chứng minh:

- 1) $123456789 \times 9 = 111111111;$ 2) $123456789 \times 18 = 222222222;$

- 3) $123456789 \times 27 = 333333333$; 4) $123456789 \times 36 = 444444444$;
 5) $123456789 \times 45 = 555555555$; 6) $123456789 \times 54 = 666666666$;
 7) $123456789 \times 63 = 777777777$; 8) $123456789 \times 9 = 888888888$;
 9) $123456789 \times 9 = 999999999$.

Bài 1.5 Hãy kiểm tra trên máy tính: Những cặp số sau đây có tích không đổi khi ta đổi chỗ các chữ số trong mỗi thừa số. Có hay không những cặp số tương tự? - Chưa có câu trả lời.

- 1) $12 \times 42 = 21 \times 24 = 504$. 2) $12 \times 63 = 21 \times 36 = 756$.
 3) $12 \times 84 = 21 \times 48 = 1008$. 4) $13 \times 62 = 31 \times 26 = 806$.
 5) $13 \times 93 = 31 \times 39 = 1209$. 6) $14 \times 82 = 41 \times 28 = 1148$.
 7) $23 \times 64 = 32 \times 46 = 1472$. 8) $23 \times 96 = 32 \times 69 = 2208$.
 9) $24 \times 63 = 42 \times 36 = 1512$. 10) $24 \times 84 = 42 \times 48 = 2016$.
 11) $26 \times 93 = 62 \times 39 = 2418$. 12) $34 \times 86 = 43 \times 68 = 2924$.
 13) $36 \times 84 = 63 \times 48 = 3024$. 14) $46 \times 96 = 64 \times 69 = 4416$.

Bài 1.6 Viết chín số 1, 2, 3,..., 8, 9 thành bốn số: một số có ba chữ số và ba số có hai chữ số sao cho có thể chia bốn số đó thành hai cặp số có tích bằng nhau. Người ta mới chỉ biết 10 trường hợp sau đây:

$$158 \times 23 = 79 \times 46 = 3634; \quad 138 \times 27 = 69 \times 54 = 3726; \quad 134 \times 29 = 67 \times 58 = 3886;$$

$$174 \times 23 = 69 \times 58 = 4002; \quad 146 \times 29 = 58 \times 73 = 4234; \quad 186 \times 27 = 54 \times 93 = 5022;$$

$$174 \times 32 = 96 \times 58 = 5568; \quad 158 \times 32 = 64 \times 79 = 5056; \quad 584 \times 12 = 73 \times 96 = 7008;$$

$$532 \times 14 = 98 \times 76 = 7448.$$

Đã chứng minh được rằng tích $532 \times 14 = 98 \times 76 = 7448$ là lớn nhất có thể được, nhưng vẫn còn chưa biết tích $158 \times 23 = 79 \times 46 = 3634$ có phải là nhỏ nhất không. Và cũng chưa biết còn số nào nữa có tính chất trên không.

Hãy dùng máy tính để kiểm tra tính đúng đắn của các tích số trên và tìm thêm (hoặc chứng tỏ không còn) những số như vậy.

Bài 1.7 1) Tách 9801 hoặc 3025 chia thành số có hai chữ số, cộng lại và đem bình phương, ta lại được chính số đó:

$$9801 = (98 + 01)^2 = 99^2.$$

2) Tương tự: $3025 = (30 + 25)^2 = 55^2.$

Hãy kiểm tra trên máy tính. Còn các số như vậy không?

Bài 1.8 Lấy số 37 nhân với tổng các chữ số của nó, mặt khác tìm tổng các lập phương của các chữ số đó, ta sẽ được hai kết quả như nhau:

$$37.(3 + 7) = 3^3 + 7^3.$$

Tương tự,

$$48.(4+8) = 4^3 + 8^3; \quad 147.(14+7) = 14^3 + 7^3;$$

$$111.(11+1) = 11^3 + 1^3; \quad 1.2.3.(1+2+3) = 1^3 + 2^3 + 3^3.$$

Hãy kiểm tra trên máy tính. Còn có các số khác có tính chất này không?

Bài 1.9 Hãy kiểm tra trên máy tính: Những số sau đây có tổng (tổng bình phương, tổng lập phương) các chữ số của chúng bằng tổng (tổng bình phương, tổng lập phương) của các chữ số viết theo thứ tự ngược lại (các số đối xứng với các số đã cho):

$$1) 12 + 32 + 43 + 56 + 67 + 87 = 18211 = 78 + 76 + 65 + 34 + 23 + 21.$$

$$12^2 + 32^2 + 43^2 + 56^2 + 67^2 + 87^2 = 18211 = 78^2 + 76^2 + 65^2 + 34^2 + 23^2 + 21^2.$$

$$12^3 + 32^3 + 43^3 + 56^3 + 67^3 + 87^3 = 1248885 = 78^3 + 76^3 + 65^3 + 34^3 + 23^3 + 21^3.$$

$$2) 13 + 42 + 53 + 57 + 68 + 97 = 330 = 79 + 86 + 75 + 35 + 24 + 31.$$

$$13^2 + 42^2 + 53^2 + 57^2 + 68^2 + 97^2 = 22024 = 79^2 + 86^2 + 75^2 + 35^2 + 24^2 + 31^2.$$

$$13^3 + 42^3 + 53^3 + 57^3 + 68^3 + 97^3 = 1637460 = 79^3 + 86^3 + 75^3 + 35^3 + 24^3 + 31^3.$$

Bài toán: Tìm tất cả các bộ 6 số có hai chữ số thỏa mãn điều kiện trên.

Bài 1.10 Kiểm tra trên máy tính các tổng sau và rút ra qui luật:

$$1+2=3; \quad 4+5+6=7+8; \quad 9+10+11+12=13+14+15;$$

$$16+17+18+19+20=21+22+23+24+25.$$

Qui luật: Lấy số đầu tiên là n^2 , cộng liên tiếp với n số tiếp theo ($n^2+1, \dots, n^2+n$), kết quả bằng tổng của n số tiếp theo: ($n^2+n+1, \dots, n^2+2n$). Nghĩa là, với mọi n ta có:

$$n^2 + (n^2+1) + \dots + (n^2+n) = (n^2+n+1) + \dots + (n^2+2n). \quad (*)$$

Bài 1.11 Trong các đẳng thức sau, vế trái và vế phải đều có những chữ số giống nhau:

$$42: 3 = 4.3+2; \quad 63: 3 = 6.3+3; \quad 95: 5 = 9+5+5; \quad (2+7).2.16 = 272+16$$

$$2^{10} - 2 = 1022; \quad (8+9)^2 = 289; \quad 2^8 - 1 = 128; \quad 4.2^3 = 4^3 : 2 = 34 : 2.$$

Hãy dùng máy tính để kiểm tra. Còn có các số khác có tính chất này không?

Bài 1.12 Tổng của các số lẻ đầu tiên Hãy tính trên máy:

$$1 \boxed{+} 3 \boxed{=} \boxed{\sqrt{\quad}} \boxed{=} (2); \quad 1 \boxed{+} 3 \boxed{+} 5 \boxed{=} \boxed{\sqrt{\quad}} \boxed{=} (3);$$

$$1 \boxed{+} 3 \boxed{+} 5 \boxed{+} 7 \boxed{=} \boxed{\sqrt{\quad}} \boxed{=} (4); \quad 1 \boxed{+} 3 \boxed{+} 5 \boxed{+} 7 \boxed{+} 9 \boxed{=} \boxed{\sqrt{\quad}} \boxed{=} (5).$$

Chứng minh công thức tổng các số lẻ đầu tiên sau bằng qui nạp toán học:

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2.$$

Dạng toán 2 Tính đúng kết quả vượt quá khả năng hiển thị trên màn hình của máy tính khoa học (kết quả vượt quá 10 chữ số)

Một hạn chế của máy tính điện tử khoa học là khả năng hiển thị trên màn hình thường chỉ là 10 hoặc 12 chữ số. Vì vậy, nhiều bài toán không thể tính được trên máy tính điện tử khoa học, nếu không có *sáng tạo trong sử dụng máy tính*.
Thí dụ sau đây minh họa điều đó.

Bài 2.1 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Trung học Cơ sở, 2007-2008)

Tính giá trị của biểu thức:

$$A = 135791^2 + 246824^2.$$

Bài 2.2 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, lớp 9, 2004)

Tính kết quả đúng của các tích sau:

$$M = 20032003 \times 20042004; \quad N = 2222255555 \times 2222266666.$$

Bài 2.3 (Sở GD và ĐT Thừa Thiên Huế, Trung học Cơ sở, 01.02. 2007)

Tính kết quả đúng (không sai số) của các tích sau:

$$1) P = 11232006 \times 11232007; \quad 2) Q = 7777755555 \times 7777799999$$

Bài 2.4 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên-Huế, Lớp 8-9, 2005)

Tính kết quả đúng của các tích sau:

$$M = 3344355664 \times 3333377777; \quad N = 123456^3.$$

Bài 2.5 (Thi chọn đội tuyển Phú Thọ, Lớp 12 THPT, 2005)

Tìm số các chữ số của: $P = 3659893456789325678 \times 342973489379256$.

Bài 2.6 (Chọn đội tuyển thi Khu vực, Sở GD ĐT Lâm Đồng, 2004)

Tính tổng các chữ số của $(999\,995)^2$.

Bài 2.7 (Phòng Giáo dục và Đào tạo Đông Triều, 2011-2012)

Tính $A = 999\,999\,999^3$.

Bài 2.8 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên-Huế, THCS, 01.02.2007)

Tính chính xác giá trị của biểu thức sau (nêu quy trình bấm phím) :

$$P = 3 + 33 + 333 + \dots + 33\dots33,$$

trong đó chữ số cuối cùng gồm 13 chữ số 3.

Bài 2.9 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Nam, lớp 8, 2009-2010)

Tính đúng tổng:

$$S = 1^5 + 2^5 + 3^5 + \dots + 75^5.$$

Tính đúng tích:

$$M = 1.2.3\dots 19.20 \text{ (M=20!)}.$$

Dạng toán 3 Tìm thương và số dư khi chia một số tự nhiên a cho một số tự nhiên b

Dạng toán 3.1 Tìm thương và số dư khi chia một số tự nhiên a có không quá 10 chữ số cho một số tự nhiên b trên máy tính điện tử

Bài 3.1 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, lớp 6-7-8, 2001)

- 1) Viết một qui trình bấm phím để tìm số dư khi chia 18901969 cho 2382001.
- 2) Tìm số dư khi chia 18901969 cho 2382001.
- 3) Viết qui trình bấm phím để tìm số dư khi chia 3523127 cho 2047.

Bài 3.2 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thái Nguyên, 2002-2003)

Tìm thương và số dư của phép chia:

(Lớp 12 Trung học phổ thông) số 123456789 cho 23456.

(Lớp 12 Trung học Bổ túc) số 3456789 cho 23456.

Bài 3.3 (Sở Giáo dục và Đào tạo Cần Thơ, 2001-2002)

(Lớp 6) Chia 6032002 cho 1905 có số dư là r_1 . Chia r_1 cho 209 có số dư là r_2 . Tìm r_2 .

(Lớp 8) Chia 19082002 cho 2707 có số dư là r_1 . Chia r_1 cho 209 có số dư là r_2 . Tìm r_2 .

(Lớp 8) Viết qui trình bấm phím tìm phần dư của phép chia 19052002 cho 20969.

(Lớp 9) Viết qui trình bấm phím tìm phần dư của phép chia 26031931 cho 280202.

Bài 3.4 (Sở Giáo dục và Đào tạo Cần Thơ, lớp 9, 2002-2003)

Viết qui trình bấm phím tìm phần dư của phép chia 21021961 cho 1781989.

Bài 3.5 (Chọn đội tuyển. Sở Giáo dục và Đào tạo Thp Hồ Chí Minh, 3)

Tìm số nhỏ nhất có 10 chữ số biết rằng số đó khi chia cho 5 dư 3 và khi chia cho 619 dư 237.

Dạng toán 3.2 Tìm thương và số dư khi chia một số tự nhiên a vượt quá 10 chữ số (vượt quá khả năng hiển thị của máy) cho một số tự nhiên b

Bài 3.6 (Bộ Giáo dục và Đào tạo. Trung học Cơ sở, 2006)

Tìm số dư trong mỗi phép chia sau:

- a) 103103103: 2006;
- b) 30419753041975: 151975;
- c) 103200610320061032006: 2010.

Bài 3.7 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thp Hồ Chí Minh, THCS, 2000-2001)

Tìm số dư trong phép chia:

a) $1234567890987654321:123456$; b) $7^{15}:2001$.

Bài 3.8 (Sở Giáo dục và Đào tạo Hòa Bình, Trung học Cơ sở, 2007-2008)

Tìm các số a và b biết $686430a8b$ chia hết cho 2008.

Bài 3.9 (Trường Phổ thông Trung học Trần Đại Nghĩa, lớp 6, 2001)

Tìm số dư trong phép chia $5^{17}:2001$.

Bài 3.10 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, lớp 12, 2003)

Tìm số dư khi chia số 2001^{2010} cho số 2003.

Bài 3.11 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Nam, lớp 8, 2009-2010)

Tìm số dư khi chia 2010^{2009} cho 2008.

Bài 3.12 (Sở Giáo dục và Đào tạo Sóc Trăng, 28.11.2010)

Tìm số dư trong phép chia 28^{11} cho 2010.

Bài 3.13 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Trung học Cơ sở, 2009-2010)

Tìm số dư (*trình bày cách giải*) trong các phép chia sau:

- 1) $2009^{2010}:2011$;
- 2) $22009201020112012:2020$;
- 3) $1234567890987654321:2010$.

Bài 3.14 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Nam, lớp 9, 2009-2010)

Tìm số dư khi chia $S = 2^5 + 2^{10} + 2^{15} + \dots + 2^{45} + 2^{50}$ cho 30.

Bài 3.15 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ngãi, lớp 9, 2009-2010)

- 1) Tìm số dư trong phép chia 2^{2010} cho 49.
- 2) Tìm số tự nhiên nhỏ nhất có 10 chữ số biết rằng: Số đó chia cho 17 dư 2, chia cho 29 dư 5.

Dạng toán 4 Phân tích một số ra thừa số nguyên tố

Bài 4.1 (Sở Giáo dục và Đào tạo Phú Yên, lớp 9 Trung học Cơ sở, 10.2.2009)

Phân tích ra thừa số nguyên tố số $P = 2450250$.

Bài 4.2 (Sở Giáo dục và Đào tạo Sóc Trăng, Trung học Cơ sở, 2003-2004)

Phân tích các số 20387 và 139231 ra thừa số nguyên tố.

Bài 4.3 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên-Huế, THCS, 01.02.2007)

Phân tích số 9405342019 ra thừa số nguyên tố.

Bài 4.4 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên Huế, lớp 9, 01.12. 2006)

Phân tích thành thừa số nguyên tố các số sau:

252633033 và 8863701824 .

Bài 4.5 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Nam, lớp 8, 2009-2010)

Phân tích số 311875250 thành tích các thừa số nguyên tố.

Bài 4.6 (Sở Giáo dục và Đào tạo Sóc Trăng, Trung học Cơ sở, 2003-2004)

Phân tích các số 20387 và 139231 ra thừa số nguyên tố.

Bài 4.7 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên-Huế, THCS, 2005-2006)

Phân tích các số 252633033 và 8863701824 ra thừa số nguyên tố.

Bài 4.8 (Sở Giáo dục và Đào tạo Hòa Bình, Trung học Cơ sở, 2007-2008)

Phân tích các số 8563513664 và 244290303 ra thừa số nguyên tố.

Bài 4.9 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thái Nguyên, Lớp 9, 2003)

Hãy tìm tất cả các ước số của -2005 .

Bài 4.10 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, 2001. Đề chính thức)

(Lớp 10-11) Tìm các ước *nguyên tố* nhỏ nhất và lớn nhất của số $215^2 + 314^2$.

(Lớp 10) Tìm *số lớn nhất* và *số nhỏ nhất* trong các số tự nhiên có dạng $\overline{1x2y3z4}$ mà chia hết cho 7.

(Lớp 11) Tìm *số lớn nhất* và *số nhỏ nhất* trong các số tự nhiên có dạng $\overline{1x2y3z4}$ mà chia hết cho 13.

Bài 4.11 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thp Hồ Chí Minh, Lớp 9, 11.1.2009)

Hãy tìm tất cả các số tự nhiên là bội của 2009 có dạng $\overline{7*13*1}$.

Bài 4.12 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thái Nguyên, Lớp 12, 2002-2003)

Số $2^{11} - 1$ là hợp số hay nguyên tố?

Dạng toán 5 Tìm ước số chung lớn nhất (USCLN) và bội số chung nhỏ nhất của hai hay nhiều số

Bài 5.1 (Đề chọn đội tuyển thi học sinh giỏi *Giải toán trên máy tính*. Sở Giáo dục Đào tạo Thái Nguyên, lớp 9, 2002- 2003)

Tìm ước số chung lớn nhất của 7729 và 11659.

Bài 5.2 (Đề chọn đội tuyển thi học sinh giỏi *Giải toán trên máy tính*, Sở Giáo dục và Đào tạo Thái Nguyên, lớp 12, 2004)

Tìm USCLN của hai số $a = 1754298000$ và $b = 75125232$.

Bài 5.3 (Sở Giáo dục Đào tạo Cần Thơ, 2002- 2003)

(Lớp 9) Tìm ước số chung lớn nhất của hai số 11264845 và 33790075.

(Lớp 9) Tìm ước số chung lớn nhất của hai số sau: $a = 1582370$ và $b = 1099647$.

Bài 5.4 (Bộ Giáo dục Đào tạo, lớp 12, 2002)

Tìm ước số chung lớn nhất của hai số sau đây:

$$a = 24614205, b = 10719433.$$

Bài 5.5 (Sở Giáo dục Đào tạo Cần Thơ, lớp 6, lớp 8, 2001- 2002)

Tìm các ước chung của bốn số sau: 222222; 506506; 714714; 999999.

Bài 5.6 (Sở Giáo dục Đào tạo Thp Hồ Chí Minh, Trung học cơ sở, 2000-2001)

Tìm USCLN và BSCNN của:

a) 9148 và 16632; b) 75125232 và 175429800.

Bài 5.7 (Trung học Cơ sở, Sở Giáo dục và Đào tạo Hòa Bình, 2005-2006)

Tìm USCLN và BSCNN của hai số $a=457410$, $b=831615$.

Bài 5.8 (Trung học Cơ sở, Sở Giáo dục và Đào tạo Sóc Trăng, 2004-2005)

Tìm USCLN và BSCNN của hai số

1) $a=9148$, $b=16632$; 2) $a=75125232$, $b=175429800$.

Bài 5.9 (Tạp chí Toán Tuổi thơ 2, số 25 và 27, tháng 3 và tháng 5, 2005)

Tìm USCLN và BSCNN của hai số $a=3022005$, $b=7503021930$.

Bài 5.10 (Tạp chí Toán học và Tuổi trẻ, tháng 11, 2004 và tháng 1, 2005)

Tìm USCLN và BSCNN của hai số $a=1234566$, $b=9876546$.

Bài 5.11 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thành phố Hồ Chí Minh, Lớp 9, 2001)

Tìm USCLN và BSCNN của hai số:

1) 4047 và 8316. 2) 150250464 và 350859600.

Bài 5.12 (Chọn đội tuyển. Sở Giáo dục và Đào tạo thp Hồ Chí Minh, 2003)

Tìm UCLN và BCNN của hai số 2419580247 và 3802197531.

Bài 5.13 (Phòng GD và ĐT huyện Bồ Trách, Quảng Bình, lớp 9, 4.7.2008)

Tìm USCLN của 40096920, 9474372 và 51135438.

Bài 5.14 (Sở Giáo dục Đào tạo Thừa Thiên-Huế, lớp 8, 9, 11, 2005)

Cho ba số $A=1193984$; $B=157993$; $C=38743$.

Tìm UCLN của ba số A, B, C ;

Tìm BCNN của ba số A, B, C với kết quả đúng.

Bài 5.15 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Nam, lớp 8, 2009-2010)

Tìm ước chung lớn nhất và bội chung nhỏ nhất của ba số $a = 9200191$;

$b=2729727$; $c = 13244321$.

Dạng toán 6 Bài tập về các chữ số trong một số

Bài 6.1 (Chọn đội tuyển. Sở Giáo dục và Đào tạo thp Hồ Chí Minh, 2003)

1) Tìm chữ số hàng đơn vị của số : 17^{2002}

2) Tìm chữ số thập phân thứ 456456 sau dấu phẩy trong phép chia 13 cho 23.

Bài 6.2 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ngãi, lớp 9, 2009-2010)

- 1) Viết quy trình bấm phím liên tục tìm chu kỳ của phần thập phân trong kết quả phép chia 85 cho 47.
- 2) Chữ số thập phân thứ 2010 sau dấu phẩy của phép chia ở câu 2) là số nào?

Bài 6.3 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên Huế, lớp 9, 01.12. 2006)

Tìm chữ số lẻ thập phân thứ 11^{2007} kể từ dấu phẩy của số thập phân vô hạn tuần hoàn của số hữu tỉ $\frac{10000}{29}$.

Bài 6.4 (Chọn đội tuyển thi Khu vực, Sở GDĐT Lâm Đồng, 2004)

Tính tổng của 12 chữ số thập phân đầu tiên sau dấu phẩy của $\left(\frac{1}{11}\right)^{12}$

Bài 6.5 (Sở Giáo dục Đào tạo Thp Hồ Chí Minh, Trung học cơ sở, 2000-2001)

Chữ số thập phân thứ 2001 sau dấu phẩy là chữ số nào khi ta:

- a) chia 1 cho 49; b) chia 10 cho 23.

Bài 6.6 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Nam, lớp 9, 2009-2010)

Tìm chữ số thập phân thứ 24^{2010} sau dấu phẩy trong phép chia 1 cho 49.

Bài 6.7 (Sở Giáo dục Đào tạo thành phố Hồ Chí Minh, THPT, 2000-2001)

Có bao nhiêu chữ số khi viết số 300^{300} .

Bài 6.8 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, lớp 12 Trung học Phổ thông, 11.3.2011)

Tìm số các chữ số khi viết trong hệ thập phân của số 9^{2010} .

Bài 6.9 (Sở Giáo dục và Đào tạo Đồng Nai, lớp 9, 2004-2005)

Tìm ba chữ số tận cùng của số 9^{9^9} .

Bài 6.10 (Bộ Giáo dục Đào tạo, Lớp 9, 2002. Đề dự bị)

- 1) Tìm hai chữ số cuối cùng của số $2^{1999} + 2^{2000} + 2^{2001}$.
- 2) Chứng minh toán học (kết hợp với máy tính) cho khẳng định trên.

Bài 6.11 (Phòng Giáo dục và Đào tạo huyện Đông Triều, Lớp 9, 2011-2012)

Tìm hai chữ số tận cùng của tổng $D = 2^{2001} + 2^{2002} + 2^{2003}$.

Bài 6.12 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Nam, lớp 8, 2009-2010)

Tìm chữ số thập phân thứ 25^{2010} sau dấu phẩy trong phép chia 17 cho 19.

Bài 6.13 (Sở Giáo dục và Đào tạo Phú Yên, lớp 9, 2009-2010)

Trong hệ thập phân, số A được viết bằng 100 chữ số 3, số B được viết bằng 100 chữ số 6.

1. Tích AB có bao nhiêu chữ số ?
2. Tìm 8 chữ số tận cùng của hiệu $C = AB - 20092010$.

Dạng toán 7 Phương trình nghiệm nguyên

Bài 7.1 (Sở Giáo dục và Đào tạo Tây Ninh, lớp 9, 2008-2009)

Cho phương trình

$$1657x - 367y = 23 \quad (\text{với } x, y \in \mathbb{Z}) \quad (1)$$

- 1) Viết công thức tổng quát nghiệm nguyên của phương trình (1)
- 2) Tìm 8 nghiệm nguyên của phương trình (1).

Bài 7.2 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Nam, lớp 8, 2009-2010)

Tìm x sao cho $1^5 + 2^5 + 3^5 + \dots + x^5 = 10923365376$.

Bài 7.3 (Sở Giáo dục và Đào tạo Tây Ninh, lớp 9, 2008-2009)

Tìm tất cả các nghiệm nguyên dương của phương trình:

$$2xy - 6x - 5y = 3041994.$$

Bài 7.4 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thp Hồ Chí Minh, Lớp 9, 11.1.2009; Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Nam, lớp 9, 2009-2010)

Tìm tất cả các cặp số nguyên dương $(x; y)$ thoả mãn phương trình:

$$x^4 - x^2y + y^2 = 81001.$$

Bài 7.5 (Sở Giáo dục và Đào tạo Sóc Trăng, lớp 9, 2008-2009)

Tìm các cặp số (x, y) nguyên dương nghiệm gần đúng của phương trình:

$$5x^5 - 20(72x - y)^2 = 16277165.$$

Dạng toán 8 Máy tính điện tử trợ giúp giải toán

Bài 8.1 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Trung học Cơ sở, 2008-2009)

- 1) Số chính phương P có dạng $P = \overline{17712ab81}$.

Tìm các chữ số a, b biết rằng $a + b = 13$.

- 2) Số chính phương Q có dạng $Q = \overline{15cd26849}$.

Tìm các chữ số c, d biết rằng $c^2 + d^2 = 58$.

- 3) Số chính phương M có dạng $M = \overline{1mn399025}$ chia hết cho 9.

Tìm các chữ số m, n .

Bài 8.2 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên Huế, lớp 9, 01.12. 2006)

Tìm các chữ số sao cho số $\overline{567abcd}$ là số chính phương

Bài 8.3 (Sở GD và ĐT Thừa Thiên Huế, Lớp 8, 01.02. 2007)

- 1) Tìm số tự nhiên bé nhất mà lập phương số đó có 4 chữ số cuối bên phải đều là chữ số 3. Nêu quy trình bấm phím.

- 2) Tìm số nguyên dương nhỏ nhất có ba chữ số $\overline{abc}$ sao cho

$$\overline{abc} = a^3 + b^3 + c^3.$$

Có còn số nguyên dương nào thỏa mãn điều kiện trên nữa không? Nêu sơ lược cách tìm.

Bài 8.4 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thp Hồ Chí Minh, Lớp 9, 11.1.2009)

Tìm số tự nhiên có 3 chữ số $\overline{abc}$ biết rằng $\overline{abc} = c^5 + ab$.

Bài 8.5 (Phòng Giáo dục và Đào tạo huyện Đông Triều, Lớp 9, 2011-2012)

Tìm số nguyên dương nhỏ nhất có ba chữ số $\overline{abc}$ sao cho $\overline{abc} = a^3 + b^3 + c^3$.

Có còn số nguyên dương nào thỏa mãn điều kiện trên nữa không?

Nêu sơ lược cách tìm.

Bài 8.6 (Bộ Giáo dục và đào tạo, Trung học Cơ sở, 11.3.2011)

Một số tự nhiên có bốn chữ số, biết rằng, nếu viết thêm chữ số 1 vào bên trái của số đó và viết thêm chữ số 8 vào bên phải của số này thì được một số mới có sáu chữ số đồng thời số này bằng 34 lần số ban đầu.

Tìm số đó. Trình bày tóm tắt cách giải.

Bài 8.7 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên Huế, lớp 9, 01.12. 2006)

Tìm các số tự nhiên n ($2000 < n < 60000$) sao cho với mỗi số đó thì $a_n = \sqrt[3]{54756 + 15n}$ cũng là số tự nhiên. Nêu quy trình bấm phím.

Bài 8.8 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên-Huế, Lớp 9, 01.02.2007)

Tìm hai số nguyên dương x bé nhất sao cho khi lập phương mỗi số đó ta được một số có 2 chữ số đầu (bên phải) và 2 chữ số cuối (bên trái) đều bằng 4, nghĩa là $x^3 = 44.....44$. Nêu quy trình bấm phím.

Bài 8.9 (Phòng Giáo dục Đào tạo huyện Bảo Lâm, Lâm Đồng, 2004)

Cho

$$M=12^2+25^2+37^2+54^2+67^2+89^2; \quad N=21^2+78^2+34^2+76^2+23^2+Z^2$$

Tìm Z để $3M=2N$.

Bài 8.10 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ngãi, lớp 9, 2009-2010)

$$\text{Tính } A = [\sqrt{1}] + [\sqrt{2}] + [\sqrt{3}] + \dots + [\sqrt{23}] + [\sqrt{24}].$$

Bài 8.11 (Sở Giáo dục Đào tạo Cần Thơ, Lớp 6, 2001-2002)

Có bao nhiêu số chia hết cho 9 gồm năm chữ số được viết bởi các chữ số 1,2,3.

Bài 8.12 (Sở Giáo dục Đào tạo Cần Thơ, Lớp 6, 2001-2002)

Có bao nhiêu số chia hết cho 9 gồm 6 chữ số được viết bởi các chữ số 2, 3, 5?

Bài 8.13 (Sở Giáo dục Đào tạo Phú Yên, Trung học Cơ sở, 10.2.2009)

Tìm các số x, y sao cho khi chia $\overline{xxxxx}$ cho $\overline{yyyy}$ có thương là 16 dư là r , còn khi chia $\overline{xxxx}$ cho $\overline{yyy}$ cũng có thương là 16 nhưng có số dư là $r - 2000$.

Nêu cách giải.

Bài 8.14 (Thi chọn đội tuyển Trường THCS Đồng Nai-Cát Tiên, 2004)

1) Tìm số tự nhiên a nhỏ nhất mà a^2 bắt đầu bởi chữ số 15 và kết thúc bởi 56?

2) Cho số tự nhiên n ($5050 \leq n \leq 8040$) sao cho $a_n = \sqrt{80788 + 7n}$ cũng là số tự nhiên.

2a) a_n phải nằm trong khoảng nào?

2b) Chứng minh rằng a_n chỉ có thể là một trong các dạng sau: $a_n = 7k + 1$ hoặc $a_n = 7k - 1$ (với $k \in \mathbb{N}$).

Bài 8.15 (Sở Giáo dục Đào tạo Cần Thơ, Lớp 6, 2002-2003)

Số $3^{12} - 1$ chia hết cho hai số tự nhiên nằm trong khoảng 70 đến 79. Tìm hai số đó.

Bài 8.16 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, lớp 12 Trung học Phổ thông, 11.3.2011)

Phép tính nâng lên lũy thừa rồi lấy modulo của các số nguyên theo số nguyên p , tức là tính $C \equiv N^k \pmod{p}$, là không khó khăn, ngay cả với những số cực lớn. Nhưng phép tính ngược lại, tức là tìm ra N khi biết C, k, p , thường được gọi là “phép khai căn” bậc k modulo p , lại là việc vô cùng khó khăn. Trong trường hợp tổng quát, với các số nguyên lớn, bài toán này là không thể giải được ngay cả với các siêu máy tính mạnh nhất hiện nay. Tuy nhiên, khi p là số nguyên tố và k không có ước chung với $p - 1$ thì nhờ Định lý Fermat nhỏ, người ta phát hiện ra rằng có thể thực hiện được phép “khai căn” này bằng cách tìm số d sao cho

$dk \equiv 1 \pmod{p-1}$ và tính ra N bằng công thức $N \equiv C^d \pmod{p}$. Để kiểm nghiệm điều nói trên, em hãy:

1) Tìm số $C \equiv 12345^{2305} \pmod{54321}$;

2) Tìm số N sao cho $N^{52209} \pmod{89897} = 56331$.

Chương 2 SỐ HỌC TRÊN MÁY TÍNH ĐIỆN TỬ

Dạng toán 1 Tính toán với các phân số

Bài 1.1 (Sở Giáo dục Đào tạo Đồng Nai, Trung học Cơ sở, 1998; Phòng Giáo dục Đào tạo huyện Bảo Lâm, Lâm Đồng, 2004)

Tính (kết quả được ghi bằng phân số và số thập phân):

$$A = 3\frac{123}{52} + 2\frac{581}{7} - 4\frac{521}{28}.$$

Bài 1.2 (Sở Giáo dục Đào tạo Cần Thơ, Trung học Cơ sở, 1998)

1) Tính:

$$A = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{8} + \frac{7}{16} + \frac{9}{32} + \frac{11}{64} + \frac{13}{128} + \frac{15}{256}.$$

2) Tính

$$B = \frac{1994 \times 1993 - 2}{1992 + 1992 \times 1994} - \frac{1993 \times 1994 \times 1994}{1993 \times 1993 \times 1994} + \frac{212121}{434343}.$$

3) So sánh các phân số sau:

$$\frac{19}{27}; \frac{1919}{2727}; \frac{191919}{272727}; \frac{19191919}{27272727}.$$

Bài 1.3 (Sở Giáo dục và Đào tạo Phú Yên, lớp 9, 2009-2010)

Cho biểu thức: $A = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{3}{8} + \frac{2}{9} + \frac{5}{12} + \frac{7}{18} + \frac{1}{24} + \frac{13}{36}.$

Bỏ số nào trong tổng trên để $A = 2$?

Bài 1.4 (Sở Giáo dục và đào tạo Phú Yên, lớp 9 Trung học Cơ sở, 10.2.2009)

1) Tính biểu thức:

$$A = \frac{1}{2^3} \times \left(\frac{2^2 - \frac{2^2}{7} + \frac{2^2}{7^2} - \frac{2^2}{7^3}}{1 - \frac{1}{7} + \frac{1}{7^2} - \frac{1}{7^3}}; \frac{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3}}{2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{2}{3^3}} \right) \cdot \frac{200820082008}{200920092009}.$$

2) Tìm số hữu tỷ x biết:

$$\frac{12345679}{33333333} \times \left(x - \frac{5 + \frac{5}{17} + \frac{5}{89} - \frac{5}{113}}{11 + \frac{11}{17} + \frac{11}{89} - \frac{11}{113}}; \frac{10 + \frac{10}{23} + \frac{10}{243} - \frac{10}{611}}{3 + \frac{3}{23} + \frac{3}{243} - \frac{3}{611}} \right) = \frac{434343}{515151}.$$

Dạng toán 2 Tính toán với số thập phân

Bài 2.1 (Thi thi thử vòng Tỉnh, Trường THCS Đồng Nai, 2004)

Thực hiện phép tính

$$A = 6712,53211 : 5,3112 + 166143,478 : 8,993$$

Bài 2.2 (Thi chọn đội tuyển Trường THCS Đồng Nai-Cát Tiên, 2004)

Thực hiện phép tính (kết quả viết dưới dạng hỗn số)

$$A = 5322,666744 : 5,333332 + 17443,478 : 0,993.$$

Bài 2.3 (Phòng Giáo dục Đào tạo huyện Bảo Lâm, Lâm Đồng, 2004)

1) Tìm h biết: $\frac{1}{h^3} = \frac{1}{3,218^3} + \frac{1}{5,673^3} + \frac{1}{4,815^3}$.

2) Tính $C = \frac{1,6 : \left(1\frac{3}{5} \cdot 1,25\right)}{0,64 - \frac{1}{25}} + \frac{\left(1,08 - \frac{2}{25}\right) : \frac{4}{7}}{\left(5\frac{5}{9} - 2\frac{1}{4}\right) \cdot 2\frac{2}{17}} + 0,6 \cdot 0,5 : \frac{2}{5}$.

Bài 2.4 (Phòng GD và ĐT huyện Bồ Trách, Quảng Bình, lớp 9, 4.7.2008)

Tính giá trị của x từ phương trình sau

$$\frac{\left[\left(0,5 - 1\frac{3}{7} \times \frac{4}{5}\right)x - 1,25 \times 1,8\right] : \left(\frac{4}{7} + 3\frac{1}{2}\right)}{15,2 \times 3,15 - \frac{3}{4} : \left(2\frac{1}{2} \times 4\frac{3}{4} + 1,5 \times 0,8\right)} = 5,2 : \left(2,5 - \frac{3}{4}\right).$$

Bài 2.5 (Sở Giáo dục và Đào tạo, Cần Thơ, lớp 6, 2001-2002)

1) Tính và làm tròn đến 6 chữ số thập phân:

$$C = \frac{3 : 0,4 - 0,09 : (0,15 : 2,5)}{0,32 \times 6 + 0,03 - (5,3 - 3,88) + 0,67} + \frac{(2,1 - 1,965) : (1,2 \times 0,045)}{0,00325 : 0,013} \dots$$

2) Tính và làm tròn đến 5 chữ số thập phân:

$$D = \left[\left(\frac{13}{84} \times 1,4 - 2,5 \times \frac{7}{180} \right) : 2\frac{7}{18} + 4\frac{1}{2} \times 0,1 \right] : \left(70,5 - 528 : 7\frac{1}{2} \right).$$

3) Tìm x và làm tròn đến 4 chữ số thập phân:

$$\left(\frac{1}{21 \times 22} + \frac{1}{22 \times 23} + \frac{1}{23 \times 24} + \dots + \frac{1}{28 \times 29} + \frac{1}{29 \times 30} \right) \times 140 + 1,08 : [0,3 \times (x-1)] = 11.$$

Dạng toán 3 Liên phân số (phân số liên tục)

Bài 3.1 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên Huế, lớp 9, 01.12. 2006)

Cho dãy số (biểu thức có chứa n tầng phân số) :

$$u_1 = 2 + \frac{1}{2}; \quad u_2 = 2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}};$$

$$u_3 = 2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}; \dots; \quad u_n = 2 + \frac{1}{2 \dots \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}.$$

Tính giá trị chính xác của u_5, u_9, u_{10} và giá trị gần đúng của u_{15}, u_{20} .

Bài 3.2 (Sở GD và ĐT Thừa Thiên Huế, Lớp 8, 01.02. 2007)

Cho liên phân số:

$$u_n = 2 + \frac{1}{2 + \dots \frac{1}{2 + \frac{1}{1+x}}}$$

(biểu thức có chứa n tầng phân số).

Tìm x biết $u_{20} = \frac{1687}{1696}$ (kết quả lấy với 4 chữ số ở phần thập phân).

Nêu quy trình bấm phím.

Bài 3.3 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Lớp 6, 7, 2002)

Tính giá trị của biểu thức và viết kết quả dưới dạng phân số:

$$1) A = 3 + \frac{5}{2 + \frac{5}{2 + \frac{4}{2 + \frac{5}{2 + \frac{5}{3}}}}} \quad 2) B = 7 + \frac{1}{3 + \frac{1}{3 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4}}}}$$

Bài 3.4 (Phòng Giáo dục Đào tạo huyện Bảo Lâm, Lâm Đồng, 2004)

$$\text{Tính } D = 5 + \frac{4}{6 + \frac{4}{7 + \frac{4}{8 + \frac{4}{9 + \frac{4}{10}}}}}$$

Bài 3.5 (Sở Giáo dục và Đào tạo Hải Phòng, 2003-2004)

$$\text{Cho } A = 30 + \frac{12}{10 + \frac{5}{2003}}$$

Hãy viết A dưới dạng liên phân số $A = [a_0, a_1, \dots, a_n]$.

Bài 3.6 (Sở Giáo dục và Đào tạo Cần Thơ, 2001-2002)

Tính:

$$1) (\text{Lớp 6}) \quad 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1+1}}}}}}$$

$$2) \text{ (Lớp 7) } 2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}}}}}}.$$

$$3) \text{ (Lớp 8) } 3 + \frac{1}{3 - \frac{1}{3 + \frac{1}{3 - \frac{1}{3 + \frac{1}{3 - \frac{1}{3}}}}}}.$$

$$4) \text{ (Lớp 9) } 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{5 + \frac{1}{6 + \frac{1}{7 + \frac{1}{8 + \frac{1}{9}}}}}}}}.$$

Bài 3.7 (Sở Giáo dục và Đào tạo Cần Thơ, Lớp 9, 2002-2003)

Tính:

$$C = 9 + \frac{1}{8 + \frac{2}{7 + \frac{3}{6 + \frac{4}{5 + \frac{5}{4 + \frac{6}{3 + \frac{7}{2 + \frac{8}{9}}}}}}}}.$$

Bài 3.8 (Vô địch New York, 1985. Câu hỏi tiếp sức)

Biết: $\frac{15}{17} = \frac{1}{1 + \frac{1}{a + \frac{1}{b}}}$, trong đó a và b là các số dương. Hãy tính b .

Bài 3.9 (Phòng Giáo dục và Đào tạo Đông Triều, 2011-2012)

Tìm x trong đẳng thức sau, kết quả viết dưới dạng phân số.

$$\frac{1}{2 + \frac{3}{4 + \frac{5}{6 + \frac{7}{8}}}} = \frac{1}{3 + \frac{2}{5 + \frac{3}{7 + \frac{4}{9}}}} + x \cdot \left(4 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}} \right)$$

Bài 3.10 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thái Nguyên, Lớp 9, 2002-2003)

1) Viết quy trình bấm phím để tính:

$$A = 17 + \frac{3}{1 + \frac{12}{1 + \frac{1}{17 + \frac{12}{2002}}}} + \frac{1}{23 + \frac{5}{3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{2003}}}}.$$

2) Giá trị tìm được của A là bao nhiêu?

Bài 3.11 (Sở Giáo dục và Đào tạo Sóc Trăng, lớp 9, 2008-2009)

Tìm nghiệm của phương trình:

$$\frac{5}{\left(\frac{1}{3} + \frac{2x}{1 + \frac{4}{5}} \right) - \left(7 + \frac{1}{3 + \frac{1}{3 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4}}}} \right)} + \left(-3 + \frac{1}{-3 - \frac{7}{-4 + \frac{6}{-5 - \frac{5}{-6 + \frac{4}{-7 - \frac{3}{7}}}}} \right) = 3 + \frac{5}{2 + \frac{4}{2 + \frac{5}{2 + \frac{4}{2 + \frac{5}{3}}}}}.$$

Bài 3.12 (Sở Giáo dục và Đào tạo Đồng Nai, lớp 9, 2004-2005)

Tìm số dương x thỏa mãn phương trình:

$$x = 2005 + \frac{1}{2005 + \frac{1}{2005 + \frac{1}{2005 + \frac{1}{2005 + \frac{1}{2005 + \frac{1}{x}}}}}}.$$

Bài 3.13 (Phòng GD và ĐT huyện Bố Trạch, Quảng Bình, lớp 9, 4.7.2008)

Tìm các số tự nhiên a, b, c, d, e biết (chỉ ghi kết quả):

$$\frac{5584}{1051} = a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d + \frac{1}{e}}}}$$

Bài 3.14 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên Huế, lớp 9, 01.12. 2006)

Tìm các số tự nhiên a, b, c, d, e, f, g biết

$$\frac{20062007}{2008} = a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d + \frac{1}{e + \frac{1}{f + \frac{1}{g}}}}}}$$

Bài 3.15 (Bộ Giáo dục và đào tạo, Trung học Cơ sở, 11.3.2011)

Tìm x thỏa mãn đẳng thức sau đây (2,5 điểm)

$$\frac{x}{1993 - \frac{2011}{1994 + \frac{2010}{1995 - \frac{2009}{1996 + \frac{2008}{1997 - \frac{2007}{1998 + \frac{2006}{1999 - \frac{2005}{2000 + \frac{2004}{2001 - \frac{2003}{2002}}}}}}}}} = \frac{4}{63 + \frac{6}{11 - \frac{3}{2011}}}.$$

Bài 3.16 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Lớp 6-7, 2001. Đề dự bị)

1) Lập quy trình bấm phím tính giá trị của liên phân số:

$$M = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1}}}}}}}}$$

2) Tính $\sqrt{3} - M$.

Bài 3.17 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Lớp 6-7, 2001)

1) Lập quy trình bấm phím tính giá trị của liên phân số:

$$M = 3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{15 + \frac{1}{1 + \frac{1}{292}}}}$$

2) Tính $\pi - M$.

Dạng toán 4 Toán phần trăm

Bài 4.1 (Phòng Giáo dục và Đào tạo huyện Đông Triều, Lớp 9, 2011-2012)

Tìm 2,5% của: $M = \frac{\left(6\frac{3}{5} - 3\frac{3}{14}\right) \cdot 5\frac{5}{6}}{(21 - 1,25) : 2,5}$.

Dạng toán 5 Tỷ lệ thức

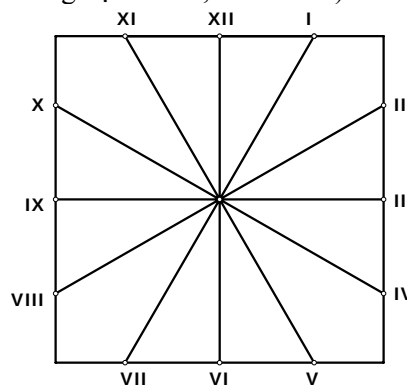
Bài 5.1 (Sở Giáo dục và Đào tạo Phú Yên, Trung học Cơ sở, 11.3.2011)

Biết x, y là hai đại lượng tỷ lệ nghịch. Hãy điền số thích hợp vào ô trống:

x	4	0,25	$\frac{2}{3}$	11			
y	13				$\frac{8}{13}$	15	16

Bài 5.2 (Sở Giáo dục và Đào tạo Phú Yên, Trung học Cơ sở, 11.3.2011)

Vẽ một tấm bia lên mặt đồng hồ hình vuông và dùng các vị trí chỉ giờ làm các đường biên (xem hình). Nếu t là diện tích của 1 trong 8 miền tam giác (như miền giữa 12 giờ và 1 giờ) và T là diện tích của 1 trong 4 tứ giác (như tứ giác giữa 1 giờ và 2 giờ). Tính tỷ số $\frac{T}{t}$.



Bài 5.3 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Trung học Cơ sở, 11.3.2011)

Một hỗn hợp gồm 5 chất và nặng 5327256605 gam. Biết rằng tỉ lệ về khối lượng giữa các chất như sau: tỉ lệ giữa chất thứ nhất với chất thứ hai là 2:3, tỉ lệ giữa chất hai với chất thứ ba là 4:5, tỉ lệ giữa chất thứ ba và chất thứ tư là 7:6, tỉ lệ giữa chất thứ tư và chất thứ năm là 11:7. Hãy tìm và cho biết mỗi chất có trong hỗn hợp này nặng bao nhiêu gam. Trình bày tóm tắt cách giải.

Dạng toán 6 Toán thời gian và Toán chuyển động

Bài 6.1 (Thi chọn đội tuyển Trường THCS Đồng Nai-Cát Tiên, 2004)

Tính
$$E = \frac{(8^h 47^{ph} 57^{gi} + 7^h 8^{ph} 51^{gi}).3^h 5^{ph} 7^{gi}}{18^h 47^{ph} 32^{gi} : 2^h 5^{ph} 9^{gi} - 4^h 7^{ph} 27^{gi}}.$$

Bài 6.2 (Chọn đội tuyển thi Khu vực, Sở GDĐT Lâm Đồng, 2004)

Tính
$$E = \frac{(8^h 45^{ph} 23^{gi} + 12^h 56^{ph} 23^{gi}).3^h 5^{ph} 7^{gi}}{16^h 47^{ph} 32^{gi} : 2^h 5^{ph} 9^{gi}}.$$

Bài 6.3 (Sở Giáo dục Đào tạo Đồng Nai, Trung học Cơ sở, 15.2.1998)

Tính

$$C = \frac{6^g 47^{ph} 29^{gi} - 2^g 58^{ph} 38^{gi}}{1^g 31^{ph} 42^{gi} \times 3}.$$

Bài 6.4 (Sở Giáo dục Đào tạo Hà Nội, Lớp 10, vòng Trường, 1996)

Tính

$$B = \frac{3^h 47^{ph} 55^{gi} \times 3 + 5^g 11^{ph} 45^{gi}}{6^h 52^{ph} 17^{gi}}$$

Bài 6.5 (Sở GD và ĐT Hà Nội, vòng Chung kết, THCS và THPT, 18.12.1996)

Tính A biết

$$A = \frac{22^g 25^{ph} 18^{gi} \times 2,6 + 7^g 47^{ph} 35^{gi}}{9^g 28^{ph} 16^{gi}}$$

Bài 6.6 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Trung học Cơ sở, 2008-2009)

1) Một chiếc thuyền khởi hành từ bến sông A. Sau 5 giờ 10 phút, một chiếc canô chạy từ A đuổi theo và gặp chiếc thuyền đó cách bến A 20,5 km. Hỏi vận tốc của thuyền, biết rằng canô chạy nhanh hơn thuyền 12,5 km/h (kết quả tính chính xác tới 2 chữ số thập phân).

2) Lúc 8 giờ sáng, một ô tô đi từ A đến B, biết quãng đường AB dài 157 km. Đi được 102 km thì xe bị hỏng máy phải dừng lại sửa chữa mất 12 phút rồi đi tiếp đến B với vận tốc ít hơn lúc đầu là 10,5 km/h. Hỏi ô tô bị hỏng lúc mấy giờ, biết rằng ô tô đến B lúc 11 giờ 30 phút. (kết quả thời gian làm tròn đến phút).

Bài 6.7 (Sở Giáo dục và Đào tạo Phú Yên, lớp 9, 2009-2010)

Hai động tử A và B cùng chuyển động trên một đường tròn có đường kính 20m xuất phát cùng một điểm. Nếu chúng chuyển động cùng chiều thì cứ 20 giây lại gặp lại nhau, nếu chúng chuyển động ngược chiều thì sau 4 giây lại gặp nhau. Tìm vận tốc của mỗi động tử.

Bài 6.8 (Sở Giáo dục Đào tạo Đồng Nai, Trung học Cơ sở, 15.2.1998)

Tìm thời gian để một động tử di chuyển hết đoạn đường ABC dài 127,3 km biết $AB = 75,5$ km và được di chuyển với vận tốc 26,3 km/giờ và đoạn BC được di chuyển bằng vận tốc 19,8 km/giờ.

Bài 6.9 (Sở GD và ĐT Hà Nội, vòng Chung kết, Trung học Cơ sở, 18.12.1996)

a) Tính thời gian bằng giờ, phút, giây để một người đi hết quãng đường ABC dài 435 km biết rằng đoạn AB dài 147 km được đi với vận tốc 37,6 km/giờ và đoạn BC được đi với vận tốc 29,7 km/giờ.

b) Nếu người ấy di chuyển với vận tốc đầu (37,6 km/giờ) thì đến C sớm hơn khoảng thời gian là bao nhiêu?

Dạng toán 7 Tính lãi suất và tăng trưởng

Bài 7.1 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Trung học Phổ thông, 19.3.2010)

Một người mua xe máy trả góp với giá tiền là 20.000.000 đ, mức lãi suất 1,2%/tháng với qui ước một tháng trả 800.000 đ cả gốc và lãi. Hỏi sau 12 tháng kể từ ngày người ấy mua xe số tiền còn nợ là bao nhiêu đồng? Sau một năm lãi suất lại tăng lên là 1,5%/tháng và người đó lại trả một tháng 1.000.000 đồng cả gốc và lãi (trừ tháng cuối cùng). Hỏi sau bao nhiêu tháng người ấy trả hết nợ? (tháng cuối trả không quá 500.000 đ).

Bài 7.2 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Trung học Cơ sở, 2007-2008)

Dân số của một nước là 80 triệu người, mức tăng dân số là 1,1% mỗi năm. Tính dân số của nước đó sau n năm, áp dụng với $n = 20$.

Bài 7.3 (Sở GD và ĐT Thừa Thiên Huế, Trung học Cơ sở, 01.02. 2007)

Dân số của một thành phố năm 2007 là 330.000 người.

- 1) Hỏi năm học 2007-2008, dự báo có bao nhiêu học sinh lớp 1 đến trường, biết trong 10 năm trở lại đây tỉ lệ tăng dân số mỗi năm của thành phố là 1,5% và thành phố thực hiện tốt chủ trương 100% trẻ em đúng độ tuổi đều vào lớp 1?
- 2) Nếu đến năm học 2015-2016, thành phố chỉ đáp ứng được 120 phòng học cho học sinh lớp 1, mỗi phòng dành cho 35 học sinh thì phải kiểm chế tỉ lệ tăng dân số mỗi năm là bao nhiêu, bắt đầu từ năm 2007? (Kết quả lấy với 2 chữ số ở phần thập phân).

Bài 7.4 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên Huế, lớp 9, 01.12. 2006)

Lãi suất tiết kiệm của một số ngân hàng hiện nay là 8,4% năm đối với tiền gửi có kì hạn một năm. Để khuyến mãi, một ngân hàng thương mại A đã đưa ra dịch vụ mới : Nếu khách hàng gửi tiết kiệm năm đầu thì lãi suất 8,4% năm, sau đó lãi suất năm sau tăng so với năm trước đó là 1%.

Hỏi nếu gửi 1.000.000 đồng theo dịch vụ đó thì số tiền sẽ nhận được là bao nhiêu sau : 10 năm, 15 năm ? Nêu sơ lược cách giải.

Bài 7.5 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ngãi, lớp 9, 2009-2010)

Dân số tỉnh A hiện nay (đầu năm 2010) là 1.700.000 người.

- 1) Hỏi nếu tỉ lệ tăng dân số trung bình hằng năm là 1,2% thì sau 10 năm nữa dân số của tỉnh A là bao nhiêu người ?
- 2) Muốn dân số của tỉnh A có khoảng 2.000.000 người vào đầu năm 2020 thì phải có tỉ lệ tăng dân số hằng năm là bao nhiêu ? (làm tròn đến 2 chữ số thập phân)?

Bài 7.6 (Phòng Giáo dục và Đào tạo huyện Đông Triều, Lớp 9, 2011-2012)

- 1) Dân số huyện A năm 2011 khoảng 93300 người. Hỏi năm học 2011-2012 có bao nhiêu học sinh lớp 1 đến trường. Biết rằng trong khoảng 10 năm trở lại đây tỷ lệ tăng dân số trung bình mỗi năm là 1,5% và việc huy động học sinh đúng độ tuổi vào lớp 1 là 100% (*nêu tóm tắt cách giải và lấy kết quả làm tròn đến hàng đơn vị*).
- 2) Nếu đến năm học 2016-2017, huyện chỉ giao chỉ tiêu lớp 1 là 35 lớp, mỗi lớp 35 học sinh thì phải hạn chế tỷ lệ tăng dân số trung bình mỗi năm là bao nhiêu, bắt đầu tính từ năm 2011 trở đi (*nêu tóm tắt cách giải và lấy kết quả làm tròn đến hai chữ số ở phần thập phân*).

Bài 7.7 (Sở Giáo dục và Đào tạo Sóc Trăng, lớp 9, 2008-2009)

Sau 3 năm, một người ra ngân hàng nhận lại số tiền cả vốn lẫn lãi là 37337889,31 đồng. Biết rằng người đó gửi mức kỳ hạn 3 tháng theo lãi kép, với lãi suất 1,78% một tháng. Hỏi số tiền người ấy đã gửi vào ngân hàng lúc đầu là bao nhiêu? (lãi kép: là lãi nhập vốn và số tiền có được đó lại tiếp tính lãi theo quy định).

Bài 7.8 (Phòng GD và ĐT huyện Bố Trạch, Quảng Bình, lớp 9, 4.7.2008)

Một người vay vốn ở một ngân hàng với số vốn là 50 triệu đồng, thời hạn 48 tháng, lãi suất 1,15% trên tháng, tính theo dư nợ, trả đúng ngày qui định. Hỏi hàng tháng, người đó phải đều đặn trả vào ngân hàng một khoản tiền cả gốc lẫn lãi là bao nhiêu để đến tháng thứ 48 thì người đó trả hết cả gốc lẫn lãi cho ngân hàng?

- b) Nếu người đó vay 50 triệu đồng tiền vốn ở một ngân hàng khác với thời hạn 48 tháng, lãi suất 0,75% trên tháng, trên tổng số tiền vay thì so với việc vay vốn ở ngân hàng trên, việc vay vốn ở ngân hàng này có lợi gì cho người vay không?

Bài 7.9 (Thi thử vòng tỉnh, Trường THCS Đồng Nai-Cát Tiên, 2004)

Một người hàng tháng gửi vào ngân hàng số tiền là 10 000 000đ với lãi suất 0,55% một tháng. Hỏi sau hai năm người ấy nhận được bao nhiêu tiền lãi? (làm tròn đến hàng đơn vị).

Bài 7.10 (Thi chọn đội tuyển Trường THCS Đồng Nai-Cát Tiên, 2004)

1) Dân số của một nước trong hai năm tăng từ 30.000.000 người lên đến 30.048.288 người. Tính tỉ lệ tăng dân số hàng năm trong 2 năm đó (kết quả làm tròn đến chữ số hàng đơn vị).

2) Một người hàng tháng gửi vào ngân hàng số tiền là 1 000 000 đ với lãi suất tiết kiệm 0,45% một tháng. Hỏi sau hai năm người ấy nhận được bao nhiêu tiền (kết quả làm tròn đến chữ số hàng đơn vị).

Bài 7.11 (Sở Giáo dục Đào tạo thành phố Hồ Chí Minh, vòng 1, 24.11.1996)

Số tiền 58.000 đ được gửi tiết kiệm theo lãi kép (sau mỗi tháng tiền lãi được nhập thành vốn). Sau 25 tháng thì được cả vốn lẫn lãi là 84.155 đồng. Tính lãi suất /tháng (tiền lãi của 100 đ trong 1 tháng).

Bài 7.12 (Sở Giáo dục Đào tạo Hà Nội, vòng 1, 18.12.1996)

Dân số một nước là 65 triệu, mức tăng dân số 1 năm là 1,2 %. Tính dân số nước ấy sau 15 năm.

Chương 3 ĐẠI SỐ TRÊN MÁY TÍNH ĐIỆN TỬ

Dạng toán 1 Lũy thừa

Bài 1.1 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Trung học Cơ sở, 11.3.2011)

Tính giá trị của biểu thức

$$A = \frac{9,87^2 \times 6,54^3 : 3,21^4}{\frac{1}{11} \left[\left(\frac{3}{13} + \frac{5}{17} \right)^5 - \left(\frac{7}{19} - \frac{9}{23} \right)^6 \right]^7}.$$

Bài 1.2 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Trung học Cơ sở, 2008-2009)

Tính giá trị của biểu thức

$$A = \frac{1,25^2 \times 15,37^3 \div 3,75^4}{\frac{1}{4} \left[\left(\frac{3}{7} + \frac{2}{5} \right)^2 - \left(\frac{5}{7} - \frac{2}{3} \right)^3 \right]^4}.$$

Bài 1.3 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên-Huế, lớp 9, 2006)

Tính giá trị của các biểu thức:

$$B = \left(\frac{3x-2y}{x^3-4y^2} + \frac{x+16y}{9x^2+6xy+4y^2} \right) \left(\frac{x^4-16y^4}{x^2+4y^2} \right).$$

khi

1) $x = -5; y = 16;$

2) $x = 1,245; y = 3,456.$

Bài 1.4 (Chọn đội tuyển thi Khu vực, Sở GDĐT Lâm Đồng, 2004)

Tính

$$\begin{aligned} & (1,23456789)^4 + (0,76543211)^4 - (1,123456789)^3 \cdot (0,76543211)^2 \\ & - (1,23456789)^2 \cdot (0,76543211)^3 + 16 \cdot (1,123456789) \cdot (0,76543211). \end{aligned}$$

Bài 1.5 (Thi chọn đội tuyển Trường THCS Đồng Nai-Cát Tiên, 2004)

Rút gọn biểu thức (kết quả viết dưới dạng phân số)

$$C = \frac{(1^4+4)(5^4+4)(9^4+4)(13^4+4)(17^4+4)(21^4+4)(25^4+4)}{(3^4+4)(7^4+4)(11^4+4)(15^4+4)(19^4+4)(23^4+4)(27^4+4)}$$

Bài 1.6 (Thi thi thử vòng Tỉnh, Trường THCS Đồng Nai, 2004)

Rút gọn biểu thức (kết quả viết dưới dạng phân số)

$$C = \frac{(1^4+6)(7^4+6)(13^4+6)(19^4+6)(25^4+6)(31^4+6)(37^4+6)}{(3^4+6)(9^4+6)(15^4+6)(21^4+6)(27^4+6)(33^4+6)(39^4+6)}.$$

Bài 1.7 (Sở Giáo dục và Đào tạo Sóc Trăng, lớp 9, 2008-2009)

Tính giá trị của các biểu thức:

$$N = \frac{\left(2^4 + \frac{1}{4}\right)\left(4^4 + \frac{1}{4}\right)\left(6^4 + \frac{1}{4}\right) \dots \left(2008^4 + \frac{1}{4}\right)}{\left(1^4 + \frac{1}{4}\right)\left(3^4 + \frac{1}{4}\right)\left(5^4 + \frac{1}{4}\right) \dots \left(2007^4 + \frac{1}{4}\right)}.$$

Dạng toán 2 ĐA THỨC

Dạng toán 2.1 Tính giá trị của đa thức và phân thức đại số

Bài 2.1 (Thi chọn đội tuyển. Sở Giáo dục và Đào tạo Thp Hồ Chí Minh, 2003)

Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -1,2x^2 + 4,9x - 5,37$ (ghi kết quả gần

đúng chính xác tới 6 chữ số thập phân).

Bài 2.2 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thanh Hóa, lớp 10, 18.4.2000)

Cho hàm số $y = x^4 + 5x^3 - 3x^2 + x - 1$. Tính y khi $x = 1,35627$.

Bài 2.3 (Sở GD và ĐT Hà Nội, vòng 1, cấp Trung học Cơ sở, 18.12.1996)

Tìm $P(x) = 17x^5 - 5x^4 + 8x^3 + 13x^2 - 11x - 357$ khi $x = 2,18567$.

Bài 2.4 (Sở Giáo dục và Đào tạo thành phố Hồ Chí Minh, vòng 1, 24.11.1996)

Tính $A = \frac{3x^5 - 2x^4 + 3x^2 - x + 1}{4x^3 - x^2 + 3x + 5}$ khi $x = 1,8165$.

Bài 2.5 (Sở Giáo dục và Đào tạo Đồng Tháp, lớp 9, 2008-2009)

Cho $P(x) = x^7 - 7x^6 + 35x^5 - x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 39x - 1$.

Tính $P(2) + 2P(5) - P(3)$.

Bài 2.6 (Chọn đội tuyển. Sở Giáo dục và Đào tạo Thp Hồ Chí Minh, 2003)

Tìm giá trị của tham số m biết tại $x = -2,5$ giá trị của đa thức

$f(x) = x^4 - 2x^3 + 5x^2 + (m-3)x + 2m - 5$ là 0,49.

Bài 2.7 (Sở Giáo dục và Đào tạo Đồng Nai, lớp 9, 2004-2005)

Cho $a = 4,35467$; $b = 5,64753$; $n = 7$. So sánh các số sau:

$$A = \frac{1 + a + a^2 + \dots + a^{n-1}}{1 + a + a^2 + \dots + a^n} \text{ và } B = \frac{1 + b + b^2 + \dots + b^{n-1}}{1 + b + b^2 + \dots + b^n}.$$

Bài 2.8 (Sở GD và ĐT Hà Nội, vòng chung kết, Trung học Cơ sở, 18.12.1996)

Tính $A = \frac{1 + x + x^2 + x^3 + x^4}{1 + y + y^2 + y^3 + y^4}$ khi $x = 1,8597$; $y = 1,5123$.

Bài 2.9 (Chọn đội tuyển thi Khu vực, Sở GD ĐT Lâm Đồng, 2004)

1) Tính $4x^6 + 3x^4 - 2x^3 + 7x^2 + 6x - 11$ với $x = -3,1226$.

2) Tính $4x^6 + 3x^4 - 2x^3 + 7x^2 + 6x - 11$ với $x = 3 + \frac{2}{1 + \frac{5}{3}}$.

3) Tính $\frac{x^2 + y^2 - z^2 + 2xy}{x^2 + z^2 - y^2 + 2xz}$ với $x = -\frac{3}{4}$; $y = 1,5$; $z = 13,4$.

Bài 2.10 (Phòng Giáo dục Đào tạo huyện Bảo Lâm, Lâm Đồng, 2004)

1) Tính $E = 7x^5 - 12x^4 + 3x^3 - 5x - 7,17$ với $x = -7,1254$.

2) Cho $x = 2,1835$ và $y = -7,0216$. Tính

$$F = \frac{7x^5y - x^4y^3 + 3x^3y + 10xy^4 - 9}{5x^3 - 8x^2y^2 + y^3}.$$

Bài 2.11 (Phòng GD và ĐT huyện Bố Trạch, Quảng Bình, lớp 9, 4.7.2008)

Tính giá trị của biểu thức(chỉ ghi kết quả):

$$B = \frac{(x+5y)(x-5y)}{x^2 + y^2} \left(\frac{5x-y}{x^2 + 5xy} + \frac{5x+y}{x^2 - 5xy} \right)$$

với $x = 0,987654321$; $y = 0,123456789$.

Dạng toán 2.2 Tìm số dư trong phép chia đa thức $P(x)$ cho đơn thức $ax+b$ với a, b là các số đã biết

Bài 2.12 (Phòng Giáo dục Đào tạo huyện Bảo Lâm, Lâm Đồng, 2004)

Tìm số dư r của phép chia:

$$\frac{x^5 - 6,723x^4 + 1,658x^2 - 9,134}{x - 3,281}.$$

Bài 2.13 (Sở Giáo dục và Đào tạo Hà Nội, Trung học Cơ sở, vòng chung kết, 18.12.1996; Phú Yên, lớp 9 Trung học Cơ sở, 10.2.2009)

Tìm số dư của phép chia:

$$1) \frac{x^3 - 9x^2 - 35x + 7}{x - 12}; \quad 2) \frac{x^3 - 3,256x + 7,321}{x - 1,617}.$$

Bài 2.14 (Sở GD và ĐT Đồng Nai, vòng Tỉnh, Trung học Cơ sở, 15.12.1998)

Tìm số dư của phép chia:

$$\frac{x^5 - 6,723x^3 + 1,857x^2 - 6,458x + 4,319}{x + 2,318}.$$

Bài 2.15 (Sở GD và ĐT Thp Hồ Chí Minh, vòng 1, PTTH, 15.3.1998)

Tìm số dư trong phép chia (kết quả lấy 3 số lẻ):

$$\frac{x^{14} - x^9 - x^5 + x^4 + x^2 + x - 723}{x - 1,624}.$$

Dạng toán 2.3 Điều kiện để đa thức $P(x) + m$ chia hết cho $x - a$

Bài 2.16 (Phòng Giáo dục Đào tạo huyện Bảo Lâm, Lâm Đồng, 2004)

Cho $P(x) = 5x^7 + 2x^6 - 4x^5 + 9x^4 - 2x^3 + x^2 + 10x - m$.

Tìm m để $P(x)$ chia hết cho đa thức $x + 2$.

Bài 2.17 (Sở GD và ĐT Hà Nội, vòng Chung kết, 1996; Sở GD và ĐT Thanh Hóa, lớp 10- 11, 12, 2000)

Tính a để $x^4 + 7x^3 + 2x^2 + 13x + a$ chia hết cho $x + 6$.

Bài 2.18 (Chọn đội tuyển thi Khu vực, Sở GD ĐT Lâm Đồng, 2004)

Biết $P(x) = 4x^5 + 12x^4 + 3x^3 + 2x^2 - 5x - m + 7$.

Tìm m để $P(x)$ chia hết cho $x - 13$.

Bài 2.19 (Thi chọn đội tuyển Trường THCS Đồng Nai-Cát Tiên, 2004)

Cho đa thức $P(x) = 5x^7 + 8x^6 - 7,589x^4 + 3,58x^3 + 65x + m$.

1) Tìm m để $P(x)$ có nghiệm là 0,1394.

- 2) Với m vừa tìm được, tìm số dư khi chia $P(x)$ cho nhị thức $x + 2,312$.
- 3) Với m tìm được, hãy điền vào bảng sau (làm tròn đến chữ số hàng đơn vị).

x	$-2,53$	$4,72149$	$5\frac{1}{34}$	$\sqrt[3]{6,15}$	$\sqrt[5]{6+\sqrt[7]{7}}$
$P(x)$					

Bài 2.20 (Thi chọn đội tuyển Trường THCS Đồng Nai-Cát Tiên, 2004)

Cho đa thức $P(x) = x^{10} + x^8 - 7,589x^4 + 3,58x^3 + 65x + m$.

- 1) Tìm m để $P(x)$ có nghiệm là $0,3648$.
- 2) Với m vừa tìm được, tìm số dư khi chia $P(x)$ cho nhị thức $x - 23,55$.
- 3) Với m tìm được, hãy điền vào bảng sau (làm tròn đến chữ số hàng đơn vị).

x	$-2,53$	$4,72149$	$5\frac{1}{34}$	$\sqrt[3]{6,15}$	$\sqrt[5]{6+\sqrt[7]{7}}$
$P(x)$					

Dạng toán 2.4 Phân tích đa thức thành nhân tử

Bài 2.21 (Sở Giáo dục và Đào tạo Phú Yên, lớp 9, 10.2.2009)

Phân tích đa thức sau ra thừa số: $P(x) = 4x^3 - 16x^2 + 9x + 9$.

Bài 2.22 (Sở Giáo dục và Đào tạo Tây Ninh, lớp 9, 2008-2009)

- 1) Phân tích đa thức sau thành nhân tử:

$$Q(x) = x^5 - 43x^4 - 1829x^3 + 68423x^2 + 736948x - 23029900.$$

- 2) Cho đa thức:

$$R(x) = 36(x^2 + 11x + 30)(x^2 + 11x + 31) - (x^2 + 11x + 12)(x^2 + 9x + 20)(x^2 + 13x + 12).$$

- a) Phân tích $R(x)$ thành nhân tử.
- b) Tìm nghiệm của đa thức $R(x)$.

Dạng toán 2.5 Toán tổng hợp về đa thức

Bài 2.23 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Trung học Cơ sở, 2008-2009)

Đa thức $P(x) = x^6 + ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f$ có giá trị là $3; 0; 3; 12; 27; 48$ khi x lần lượt nhận các giá trị tương ứng là $1; 2; 3; 4; 5; 6$.

- 1) Xác định các hệ số a, b, c, d, e, f của $P(x)$.
- 2) Tính giá trị của đa thức $P(x)$ với $x = 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20$.

Bài 2.24 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Trung học Cơ sở, 2007-2008)

Cho đa thức $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ thỏa mãn:

$$P(0) = 12, P(1) = 12, P(2) = 0, P(4) = 60.$$

- 1) Xác định các hệ số a, b, c của $P(x)$.
- 2) Tính $P(2006)$.
- 3) Tìm số dư trong phép chia đa thức $P(x)$ cho $5x - 6$.

Bài 2.25 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên Huế, lớp 9, 01.12. 2006)

Cho đa thức $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Biết :

$$P(1) = 27; P(2) = 125; P(3) = 343; P(4) = 735.$$

- 1) Tính $P(-1); P(6); P(15); P(2006)$. (Lấy kết quả chính xác)
- 2) Tìm số dư của phép chia $P(x)$ cho $3x - 5$.

Bài 2.26 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên-Huế, THCS, 01.02.2007)

Tìm các hệ số a, b, c của đa thức $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 2007$ biết:

Khi chia $P(x)$ cho $(x - 16)$ thì được dư là 29938 và chia cho $x^2 - 10x + 21$ thì được đa thức dư là $\frac{10873}{16}x - 3750$ (kết quả chính xác).

Bài 2.27 (Sở Giáo dục và Đào tạo Sóc Trăng, 28.11.2010)

- 1) Cho đa thức bậc ba $f(x)$. Biết $f(0) = 10, f(1) = 12, f(2) = 4, f(3) = 1$.
Tính $f(10)$.

- 2) Cho đa thức bậc bốn $f(x)$ có hệ số của bậc cao nhất là 1 và

$$f(1) = 3; f(3) = 11; f(5) = 27.$$

Tính giá trị $A = f(-2) + 7f(6)$.

Bài 2.28 (Phòng GD và ĐT huyện Bồ Trạch, Quảng Bình, lớp 9, 4.7.2008)

Cho đa thức $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$.

- 1) Tìm a, b, c biết rằng khi x lần lượt nhận các giá trị 1,2; 2,5; 3,7 thì $P(x)$ nhận các giá trị tương ứng là 1994,728; 2060,625; 2173,653.
- 2) Tìm số dư r của phép chia đa thức $P(x)$ cho $12x - 1$.
- 3) Tìm giá trị của x khi $P(x)$ có giá trị là 1989.

Bài 2.29 (Phòng Giáo dục và Đào tạo huyện Đông Triều, Lớp 9, 2011-2012)

Cho $P(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + 132005$.

Biết $P(1) = 8, P(2) = 11, P(3) = 14, P(4) = 17$. Tính $P(15)$.

Bài 2.30 (Sở Giáo dục và Đào tạo Sóc Trăng, lớp 9, 2008-2009)

Cho $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$. Tính $\frac{P(20) - P(10)}{2}$ biết

$$P(1) = 5; P(2) = 7; P(3) = 9; P(4) = 11.$$

Bài 2.31 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Nam, lớp 9, 2009-2010)

1) Cho biết $f(x) = x^5 + 4x^4 + 3x^3 + 2x^2 - ax + 7$ khi chia cho $x + 5$ có dư là 2009. Tìm a .

2) Cho đa thức $P(x) = x^5 - 15x^4 + 85x^3 - 223x^2 + 274x - 119$ và $Q(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$.

Gọi $R(x)$ là đa thức dư khi chia $P(x)$ cho $Q(x)$.

2a) Xác định $R(x)$.

2b) Tính $[R(2010)]^2$.

Bài 2.32 (Sở Giáo dục Đào tạo Lâm Đồng, 2005)

1) Biết $P(x) = 4x^5 + 12x^4 + 3x^3 + 2x^2 - 5x - m + 7$.

Tìm m để $P(x)$ chia hết cho $x - 13$.

2) Cho $P(x) = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f$. Tính $P(12)$ biết

$$P(1) = P(-1) = 11; P(2) = P(-2) = 47; P(3) = 107.$$

Bài 2.33 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ngãi, lớp 9, 2009-2010)

Cho đa thức $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$. Biết

$$f(1) = 0; f(2) = 4; f(3) = 18; f(4) = 42.$$

1) Tìm các hệ số a, b, c, d của $f(x)$.

2) Biết $f(2010)$ là số nguyên, tính tổng các chữ số của $f(2010)$ (viết qui trình bấm phím).

Bài 2.34 (Sở GD và ĐT Quảng Nam, vòng 1, PTTH, 15.3.1998)

Cho đa thức $P(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$.

$$\text{Biết } P(1) = 3; P(2) = 9; P(3) = 19; P(4) = 33; P(5) = 51.$$

1) Tính các hệ số a, b, c, d, e .

2) Tính chính xác $P(2010)$.

Bài 2.35 (Phòng Giáo dục Đào tạo huyện Bảo Lâm, Lâm Đồng, 2004)

1) Tính $E = 7x^5 - 12x^4 + 3x^3 - 5x - 7,17$ với $x = -7,1254$.

2) Cho $x = 2,1835$ và $y = -7,0216$. Tính

$$F = \frac{7x^5 y x^{-4} y^3 + 3x^3 y + 10xy^4 - 9}{5x^3 - 8x^2 y^2 + y^3}$$

3) Tìm số dư r của phép chia $\frac{x^5 - 6,723x^4 + 1,658x^2 - 9,134}{x - 3,281}$.

4) Cho $P(x) = 5x^7 + 2x^6 - 4x^5 + 9x^4 - 2x^3 + x^2 + 10x - m$. Tìm m để $P(x)$ chia hết cho đa thức $x + 2$.

Dạng toán 3 CĂN THỨC

Bài 3.1 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Trung học Cơ sở, 11.3.2011)

Tính giá trị của biểu thức

$$B = \sqrt{2 + 3\sqrt[3]{4 + 5\sqrt[5]{6 + 7\sqrt[7]{8 + 9\sqrt[9]{10 + 11\sqrt[11]{12}}}}}}.$$

Bài 3.2 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Trung học Cơ sở, 2008-2009)

Tính giá trị của biểu thức:

$$B = \sqrt{\frac{\sqrt{3+\sqrt{5}} - \sqrt{3-\sqrt{5}} + \sqrt{2009-\sqrt{13,3}}}{\sqrt{3+2\sqrt{5}+3\sqrt{7}} - \sqrt{2-3\sqrt{5}+4\sqrt{7}}}}$$

Bài 3.3 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Trung học Cơ sở, 2007-2008)

Tính giá trị của biểu thức:

$$C = \left(1 + \frac{\sqrt{x}}{x+1}\right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x} + \sqrt{x} - x - 1}\right) \text{ với } x = 143,08.$$

Bài 3.4 (Sở GD và ĐT Thừa Thiên Huế, Trung học Cơ sở, 01.02. 2007)

Tính giá trị của biểu thức, lấy kết quả với 2 chữ số thập phân :

$$N = \sqrt{521973 + \sqrt{491965 + \sqrt{1371954 + \sqrt{6041975 + \sqrt{1122007}}}}}}.$$

Bài 3.5 (Sở GD và ĐT Hà Nội, vòng Trường, 1996; Thanh Hóa, Lớp 11, 2000)

Tính:
$$A = \frac{\sqrt[6]{1,815 \times 2,732^5}}{\sqrt[7]{4,621^4}}$$

Bài 3.6 (Sở Giáo dục và Đào tạo thành phố Hồ Chí Minh, vòng 1, 24.11.1996)

Tính:
$$x = \frac{(1,345)^4 \cdot (3,143)^{2,3}}{\sqrt[7]{(189,3)^5}}$$

Bài 3.7 (Sở Giáo dục và Đào tạo Hà Nội, vòng Trường, 18.12.1996)

Tìm x với
$$x = \frac{\pi^3 \sqrt[5]{2,3144}^4}{\sqrt[4]{3,785}^7}.$$

Bài 3.8 (Sở Giáo dục và Đào tạo Đồng Nai, vòng Tỉnh, 15.2.1998)

Tính $B = \frac{\pi^3 \sqrt{816,13^7}}{\sqrt[5]{712,35^{17}}}$

Bài 3.9 (Phòng Giáo dục Đào tạo huyện Bảo Lâm, Lâm Đồng, 2004)

Tính $B = (\sqrt{3} + 1) \sqrt{6 - 2\sqrt{\sqrt{2} + \sqrt{12} + \sqrt{18 - \sqrt{128}}}}$.

Bài 3.10 (Phòng GD và ĐT huyện Bồ Trách, Quảng Bình, lớp 9, 4.7.2008)

Tính giá trị của biểu thức (chỉ ghi kết quả):

$$A = \sqrt{321930 + \sqrt{291945 + \sqrt{2171954 + \sqrt{3041975}}}}$$

Bài 3.11 (Thi thi thử vòng Tỉnh, Trường THCS Đồng Nai, 2004)

Tính giá trị biểu thức (làm tròn với 5 chữ số thập phân)

$$B = \frac{8,9^3 + \sqrt[3]{91,526^7} : 4 \frac{1}{113}}{\left(635,4677 + 3,5 : 5 \frac{1}{183}\right)^2 : \sqrt[5]{3,9^9}} + \frac{6}{6 + \frac{5}{11 + \frac{7}{513}}}$$

Bài 3.12 (Thi chọn đội tuyển Trường THCS Đồng Nai-Cát Tiên, 2004)

Tính giá trị của biểu thức (làm tròn đến 5 chữ số thập phân)

$$B = \frac{8,9543^3 + \sqrt[3]{981,635^5} : 4 \frac{1}{113}}{\left(589,43111 + 3,5 : 1 \frac{1}{173}\right)^2 : \sqrt[5]{3,9814^2}} + \frac{7}{6 + \frac{815}{9 + \frac{7}{513}}} : \sqrt[3]{3 + \sqrt[4]{4 + \sqrt[5]{5 + \sqrt[6]{6 + \sqrt[7]{7}}}}}$$

Bài 3.13 (Sở Giáo dục và Đào tạo Đồng Nai, lớp 9, 2004-2005)

Tính biểu thức $A = 2x^3 + 2x^2 + 1$ với

$$x = \frac{1}{3} \left(\sqrt[3]{\frac{23 + \sqrt{513}}{4}} + \sqrt[3]{\frac{23 - \sqrt{513}}{4}} + 1 \right).$$

Bài 3.14 (Chọn đội tuyển thi Khu vực, Sở GD ĐT Lâm Đồng, 2004)

1) Tính $I = \sqrt{1 + 999999999^2 + 0,999999999^2}$

2) Tính $\frac{\sqrt{1^6 + 999999999^6 + 0,999999999^6}}{999999999}$

Bài 3.15 (Sở Giáo dục và Đào tạo Tây Ninh, lớp 9, 2008-2009)

Cho biểu thức

$$A = \frac{(a-2)(a-1002)}{a(a-b)(a-c)} + \frac{(b-2)(b-1002)}{b(b-a)(b-c)} + \frac{(c-2)(c-1002)}{c(c-a)(c-b)}.$$

a) Rút gọn biểu thức A .

b) Tính giá trị của biểu thức A khi $a = \sqrt{2008}$; $b = \sqrt{2009}$; $c = \sqrt{2010}$.

Bài 3.16 (Phòng Giáo dục và Đào tạo Đông Triều, 2011-2012)

Tính tổng

$$C = \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{2009^2} + \frac{1}{2010^2}}.$$

Bài 3.17 (Sở Giáo dục và Đào tạo Sóc Trăng, lớp 9, 2008-2009)

Cho biểu thức

$$A = \left[\left(\frac{\sqrt{x}-1}{3\sqrt{x}-1} - \frac{1}{3\sqrt{x}+1} + \frac{8\sqrt{x}}{9x-1} \right) \div \left(1 - \frac{3\sqrt{x}-2}{3\sqrt{x}+1} \right) \right] \left[\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{1}{1-\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}}{x-1} \right) (\sqrt{x}+1) \right].$$

Tính giá trị của biểu thức A khi $x = \sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}} + \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}}$.

Bài 3.18 (Sở Giáo dục và Đào tạo Phú Yên, lớp 9, 2009-2010)

$$\text{Cho } f(x) = 1,32x^2 + \frac{3,1-2\sqrt{5}}{\sqrt{6,4}-7,2}x + 7,8-3\sqrt{2}.$$

1) Tính $f(5-3\sqrt{2})$.

2) Với giá trị nào của x thì $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất? Tìm giá trị nhỏ nhất của $f(x)$.

Bài 3.19 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ngãi, lớp 9, 2009-2010)

$$\text{Cho đa thức } f(x) = x^4 - 2x^3 + \frac{2}{7}x^2 - 3x + 2\frac{5}{11}; g(x) = x^2 + 3x - 1.$$

1) Tính $f(-3\frac{4}{7}) + g(\sqrt{5} + \sqrt[5]{13})$;

2) Tính $g\left[f\left(-3\frac{4}{7}\right) - g(\sqrt{5} + \sqrt[5]{13})\right]$.

Dạng toán 4 GIẢI PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Dạng toán 4.1 Giải hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn

Bài 4.1 (Sở Giáo dục và Đào tạo Đồng Nai, 1998; Phòng Giáo dục Đào tạo huyện Bảo Lâm, Lâm Đồng, 2004)

Giải hệ phương trình (ghi kết quả đủ 9 số lẻ thập phân):

$$\begin{cases} 1,372x - 4,915y = 3,123 \\ 8,368x + 5,214y = 7,318 \end{cases}$$

Bài 4.2 (Sở GD và ĐT Thp Hồ Chí Minh, vòng Chung kết, THPT, 15.3.1998)

Giải hệ phương trình (ghi kết quả đủ 9 số lẻ thập phân):

$$\begin{cases} 3,6518x + 7,3249y = 4,6821 \\ 1,4926x + 6,3571y = -2,9843 \end{cases}$$

Bài 4.3 (Sở GD và ĐT Hà Nội, vòng 1, Trung học Cơ sở, 18.12.1996)

Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 13,241x + 17,436y = -25,168 \\ 23,897x - 19,372y = 103,618 \end{cases}$$

Bài 4.4 (Sở Giáo dục và Đào tạo Đồng Tháp, lớp 9, 2008-2009)

Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 15x + 12y = \sqrt{2008} \\ x + y = \sin 120^\circ + \cos 15^\circ \end{cases}$$

Dạng toán 4.2 Giải hệ ba phương trình bậc nhất ba ẩn

Bài 4.5 (Sở Giáo dục và Đào tạo Phú Yên, lớp 12 Bỏ túc THPT, 2009-2010)

Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 4x + 5y - 2z = -5; \\ -3x + 2y - 4z = 8; \\ x + 3y + 5z = -10. \end{cases}$$

Bài 4.6 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thp Hồ Chí Minh, Lớp 9, 11.1.2009)

Đa thức bậc ba $P(x)$ có $P(1) = 5, P(2) = 7, P(3) = 9$ và $P(4) = 12$.

Tính $P(2009)$.

Dạng toán 4.3 Giải hệ bốn phương trình bậc nhất bốn ẩn

Bài 4.7 (Sở Giáo dục và Đào tạo Phú Yên, lớp 9 Trung học Cơ sở, 10.2.2009)

Giải hệ phương trình bậc nhất bốn ẩn:

$$\begin{cases} x + y + z + t = \frac{407}{276}; \\ \frac{23}{11}x - \frac{12}{23}y - \frac{46}{63}z + \frac{12}{11}t = \frac{21}{8}; \\ \frac{23}{33}x - \frac{3}{14}y - \frac{23}{105}z - \frac{4}{11}t = \frac{277}{560}; \\ \frac{22}{207}x + \frac{24}{23}y + \frac{22}{21}z + \frac{24}{55}t = \frac{14}{45}. \end{cases}$$

Dạng toán 4.3 Giải phương trình bậc hai

Bài 4.8 (Sở Giáo dục và Đào tạo Đồng Nai, Trung học Cơ sở, 1998)

Giải phương trình (ghi kết quả đủ 9 số lẻ thập phân):

$$2,354x^2 - 1,542x - 3,141 = 0.$$

Bài 4.9 (Sở Giáo dục và Đào tạo thành phố Hồ Chí Minh, vòng 1, 24.11.1996)

Giải phương trình $1,85432x^2 - 3,21458x - 2,45971 = 0$

Bài 4.10 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thanh Hóa, lớp 10, 18.4.2000)

Giải phương trình: $1,23785x^2 + 4,35816x - 6,98753 = 0$

Bài 4.11 (Sở Giáo dục và Đào tạo thành phố Hồ Chí Minh, vòng 1, cấp Trung học Phổ thông và Phổ thông Chuyên ban, 15.3.1998)

Giải phương trình (ghi kết quả 7 số lẻ): $1,9815x^2 + 6,8321x + 1,0581 = 0$.

Bài 4.12 (Sở GD và ĐT Thp Hồ Chí Minh, Chung kết, THPT, 15.3.1998)

Giải phương trình (ghi kết quả đủ 9 số lẻ thập phân):

$$2.3541x^2 + 7.3249x + 4.2157 = 0$$

Bài 4.13 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thanh Hóa, lớp 10, 18.4.2000)

Cho parabol (P) có phương trình: $y = 4,7x^2 - 3,4x - 4,6$. Tìm tọa độ (x_0, y_0) của đỉnh S của parabol. Tìm giao điểm của Parabol (P) với trục hoành.

Bài 4.14 (Bộ Giáo dục và đào tạo, Trung học Cơ sở, 11.3.2011) (5 điểm)

Biết rằng x là một số thực khác 0, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$Q = \frac{2010,2011x^2 - 2x + 2012,2013}{2014,2015x^2}.$$

Trình bày tóm tắt cách giải.

Bài 4.15 (Sở Giáo dục và Đào tạo Đồng Tháp, lớp 9, 2008-2009)

1) Cho $A = \frac{1 + \frac{1}{\sqrt{2}}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$; $B = \frac{2^{\sqrt{2}} + 3^{\sqrt{2}}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$; $C = \sin 60^\circ + \cos 30^\circ$

Giải phương trình $Ax^2 + Bx - C = 0$.

2) Gọi x_1 là nghiệm âm của phương trình $x^2 + x - 1 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = \sqrt{x_1^8 + 10x_1 + 13} + x_1$.

3) Cho đa thức $P(x) = x^{10} + x^5 + 1$.

Giải phương trình $P(2)x^2 + P(\sqrt{12})x - 2008 = 0$.

Bài 4.16 (Phòng GD và ĐT huyện Bồ Trách, Quảng Bình, lớp 9, 4.7.2008)

Cho $x^{1000} + y^{1000} = 6,912$; $x^{2000} + y^{2000} = 33,76244$.

Tính $A = x^{3000} + y^{3000}$.

Bài 4.17 (Sở Giáo dục và Đào tạo Tây Ninh, lớp 9, 2008-2009)

Giải phương trình $(2x^2 - 3x - 1)^2 - 6x^2 + 9x - 1 = 0$.

Bài 4.18 (Sở GD và ĐT Đồng Nai, Trung học Cơ sở, vòng Tỉnh, 15.2.1998)

Cho x, y là hai số dương, giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{x}{y} = 2,317; \\ x^2 - y^2 = 1,654. \end{cases}$$

Bài 4.19 (Thi chọn đội tuyển Trường THCS Đồng Nai-Cát Tiên, 2004)

Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 66,789 \\ \frac{x}{y} = 5,78 \end{cases}$$

Bài 4.20 (Thi chọn đội tuyển Trường THCS Đồng Nai-Cát Tiên, 2004)

Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 55,789 \\ \frac{x}{y} = 6,86 \end{cases}$$

Bài 4.21 (Sở Giáo dục và Đào tạo Hà Nội, Trung học Phổ thông, vòng chung kết, 1996; Sở Giáo dục và Đào tạo Thanh Hóa, lớp 10, 2000)

Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{x}{y} = 0,681 \\ x^2 + y^2 = 19,32 \end{cases} \quad x > 0, y > 0.$$

Dạng toán 4.4 Giải phương trình bậc ba

Bài 4.22 (Phòng Giáo dục và Đào tạo huyện Đông Triều, lớp 9, 2011-2012)

Phương trình $2x^3 - ax^2 - 10x + b = 0$ có hai nghiệm $x_1 = 2; x_2 = 3$. Tìm a, b và nghiệm x_3 còn lại.

Dạng toán 4.5 Một số bài toán khác về phương trình và hệ phương trình

Bài 4.23 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Nam, vòng 1, PTTH, 15.3.1998)

Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x + 3y + \frac{1}{3x - 5y} = 5; \\ \frac{2x + 3y}{3x - 5y} = 6. \end{cases}$$

Bài 4.24 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Nam, lớp 9, 2009-2010)

Cho phương trình $x^2 - ax + 1 = 0$ ($a \in \mathbb{Z}$) có 2 nghiệm là x_1, x_2 . Tìm a nhỏ nhất sao cho $x_1^5 + x_2^5$ chia hết cho 250.

Bài 4.25 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, lớp 12 Trung học Phổ thông, 11.3.2011)

Giải phương trình $x^2 - 2010[x] + 2011 = 0$.

Bài 4.26 (Sở Giáo dục và Đào tạo Tuyên Quang, lớp 12 THPT, 19.10.2011)

Giải các hệ phương trình:

$$1) \begin{cases} x^3 + 1 = 2(x^2 - x + y); \\ y^3 + 1 = 2(y^2 - y + x). \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}) \quad 2) \begin{cases} x + 2y + \frac{1}{x-2y} = 5; \\ \frac{x+2y}{x-2y} = 6. \end{cases}$$

Bài 4.27 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Nam, lớp 9, 2009-2010)

Tính gần đúng nghiệm hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + \frac{2}{y} = 6; \\ y^2 + \frac{2}{x} = 6. \end{cases}$$

Bài 4.28 (Sở Giáo dục và Đào tạo Đồng Nai, lớp 9, 2003-2004)

Tìm một nghiệm của phương trình $3x^5 - 20x^3 + 75x + 85 = 0$.

Bài 4.29 (Sở GD và ĐT Thừa Thiên Huế, Lớp 9, 01.02. 2007)

Giải phương trình (lấy kết quả với các chữ số tính được trên máy) :

$$\sqrt{2007 + 2008\sqrt{x^2 + x + 0,1}} = 20 + \sqrt{2008 - 2007\sqrt{x^2 + x + 0,1}}.$$

Bài 4.30 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Trung học Cơ sở, 2007-2008)

Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 13x^3 - 26102x^2 - 2009x - 4030056 = 0; \\ (x + \sqrt{x^2 + 4017})(y + \sqrt{y^2 + 1}) = 4017\sqrt{3}. \end{cases}$$

Chương 4 TOÁN THỐNG KÊ TRÊN MÁY TÍNH ĐIỆN TỬ

Bài 1.1 (Thi chọn đội tuyển Trường THCS Đồng Nai-Cát Tiên, 2004)

Cho bảng số liệu sau. Hãy tính tổng số trứng ($\sum x$); số trứng trung bình của mỗi con gà ($\bar{x}$); phương sai (σ_x^2) và độ lệch tiêu chuẩn (σ_x)?

Số trứng	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
Số gà mẹ	6	10	14	25	28	20	14	12	9	7

Bài 1.2 (Sở Giáo dục và Đào tạo thành phố Hồ Chí Minh, vòng 1, 24.11.1996)

Cho số liệu:

Biến lượng	135	642	498	576	637
Tần số	7	12	23	14	11

Tính tổng số liệu, số trung bình và phương sai σ_n^2 (σ_n^2 lấy 4 số lẻ).

Bài 1.3 (Sở Giáo dục và Đào tạo Hà Nội, lớp 10, vòng Trường, 1996)

Cho số liệu:

Biến lượng	7	4	15	17	63
Tần số	2	1	5	9	14

a) Tính số trung bình $\bar{X}$;

b) Tính phương sai σ_n^2 .

Bài 1.4 (Sở GD và ĐT Đồng Nai, vòng Tỉnh, cấp Trung học Cơ sở, 15.2.1998)

Cho số liệu:

Số liệu	173	52	81	37
Tần số	3	7	4	5

Tìm số trung bình $\bar{X}$, phương sai σ_X^2 (σ_n^2) (kết quả lấy 6 số lẻ).

Bài 1.5 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thp Hồ Chí Minh, vòng 1, THPT, 15.3.1998)

Qua kỳ thi, 2105 học sinh xếp theo điểm số như sau. Hãy tính tỉ lệ phần trăm (lấy 1 số lẻ) học sinh theo từng loại điểm. Phải bấm ít nhất mấy lần phím chia để điền xong bảng này với máy Casio?

Điểm	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Số h/s	27	48	71	293	308	482	326	284	179	52	35
Tỉ lệ											

Bài 1.6 (Thi vào 10 Phổ thông Trung học Nghệ An, 1996)

Một học sinh lớp 9 của trường phổ thông cơ sở TT có kết quả kiểm tra về môn toán với 10 lần điểm như sau: 7, 8, 6, 7, 7, 8, 9, 6, 10, 7.

a) Lập bảng phân phối thực nghiệm, tính điểm trung bình của học sinh đó.

b) Tính phương sai, độ lệch tiêu chuẩn và cho biết ý nghĩa độ lệch này.

Bài 1.7 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, lớp 12 Trung học Phổ thông, 11.3.2011)

Theo kết quả điều tra dân số, dân số trung bình nước Việt Nam qua một số mốc thời gian (đơn vị: 1000 người):

Năm	1976	1980	1990	2000	2011
Số dân	49160	53722	66016,7	77635	88434,6

- 1) Tính tỉ lệ % tăng dân số trung bình mỗi năm trong các giai đoạn 1976-1980, 1980-1990, 1990-2000, 2000-2011.
- 2) Nếu cứ duy trì tỉ lệ tăng dân số như ở giai đoạn 2000-2011 thì đến năm 2015 và 2020 dân số của Việt Nam là bao nhiêu?
- 3) Để kìm hãm đà tăng dân số, người ta đề ra phương án: Kể từ năm 2011, mỗi năm phần đầu giảm bớt $x\%$ (x không đổi) so với tỉ lệ % tăng dân số năm trước (nghĩa là nếu năm nay tỉ lệ tăng dân số là $a\%$ thì năm sau là $(a-x)\%$.
 Tính x để số dân năm 2015 là 92,744 triệu người. Kết quả chính xác tới 4 chữ số thập phân sau dấu phẩy. Nêu sơ lược qui trình bấm phím trên máy tính để giải.

Chương 5 Dãy số, Tổng của dãy số và Dãy truy hồi

Dạng toán 1 Tính tổng

Bài 1.1 (Sở GD và ĐT Thp Hồ Chí Minh, vòng chung kết, 24.11.1996)

Một hình vuông được chia thành 16 ô (mỗi cạnh 4 ô). Ô thứ nhất được đặt một hạt thóc, ô thứ nhì được đặt 2 hạt, ô thứ ba được đặt 4 hạt,... và đặt liên tiếp như vậy đến ô cuối cùng. Tính tổng hạt thóc được đặt vào 16 ô của hình vuông.

Bài 1.2 (Sở GD và ĐT Thp Hồ Chí Minh, vòng 1, cấp THPT, 15.3.1996)

Một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 1,678$, công bội $q = \frac{9}{8}$. Tính tổng S_{17} của 17 số hạng đầu tiên (kết quả lấy 4 số lẻ).

Bài 1.3 (Sở Giáo dục và Đào tạo Đồng Nai, lớp 9, 2003-2004)

Một đường tròn nội tiếp trong một hình vuông có cạnh bằng 2,3358909, sau đó nội tiếp trong hình tròn đó một hình vuông và quá trình đó cứ tiếp diễn như thế mãi. Nếu gọi S_n là tổng các diện tích của n hình tròn đầu tiên nội tiếp như thế. Tính S_{20} .

Bài 1.4 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ngãi, lớp 9, 2009-2010)

Cho tam giác đều thứ nhất cạnh a có diện tích là S_1 , nối trung điểm các cạnh của tam giác đều thứ nhất ta được tam giác đều thứ hai có diện tích là S_2 , nối trung điểm các cạnh của tam giác đều thứ hai ta được tam giác đều thứ ba có diện tích là S_3 . Làm tương tự ta được tam giác đều thứ n có diện tích là S_n .

- 1) Lập công thức tính $S = S_1 + S_2 + \dots + S_n$ theo a .
- 2) Áp dụng: Tính S với $n = 20$; $a = 301\text{cm}$.

Bài 1.5 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên Huế, lớp 9, 01.12. 2006)

Cho dãy số $u_n = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{8}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{2^n}\right)$.

Tính u_5 (chính xác) và u_{10}, u_{15}, u_{20} (gần đúng).

Bài 1.6 (Sở GD và ĐT Thừa Thiên Huế, Trung học Cơ sở, 01.02. 2007)

Tính tổng: $S = \frac{1}{2.3} - \frac{2}{3.4} + \dots + \frac{99}{100.101} - \frac{100}{101.102}$.

Lấy nguyên kết quả hiện trên màn hình.

Bài 1.7 (Sở Giáo dục và Đào tạo Đồng Nai, lớp 9, 2004-2005)

Tính giá trị của biểu thức

$$A = \frac{(8,18012004)^{24} + (8,18012004)^{20} + (8,18012004)^{16} + \dots + (8,18012004)^4 + 1}{(8,18012004)^{26} + (8,18012004)^{24} + (8,18012004)^{22} + \dots + (8,18012004)^2 + 1}$$

Bài 1.8 (Sở Giáo dục và Đào tạo Đồng Nai, lớp 9, 2004-2005)

Tính tổng

$$S = 1!.3 + 2!.7 + 3!.13 + \dots + k!(k^2 + k + 1) + \dots + 12!(12^2 + 12 + 1).$$

Bài 1.9 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Nam, lớp 8, 2009-2010)

Cho $S = \frac{1}{1.3.5} + \frac{1}{3.5.7} + \frac{1}{5.7.9} + \dots + \frac{1}{2003.2005.2007}$.

1) Tính gần đúng S .

2) Tính đúng S (biểu diễn dưới dạng phân số).

Bài 1.10 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Nam, lớp 8, 2009-2010)

Cho dãy (u_n) xác định bởi:

$$u_1 = \frac{1}{1.3.5}; \quad u_2 = \frac{1}{1.3.5} + \frac{1}{3.5.7}; \quad u_3 = \frac{1}{1.3.5} + \frac{1}{3.5.7} + \frac{1}{5.7.9}$$

$$u_n = \frac{1}{1.3.5} + \frac{1}{3.5.7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)(2n+3)} \quad (n=1, 2, 3..)$$

1) Lập qui trình bấm phím để tính số hạng tổng quát u_n .

2) Tính đúng giá trị u_{50}, u_{60} .

3) Tính đúng u_{1002} .

Bài 1.11 (Bộ Giáo dục và đào tạo, Trung học Cơ sở, 11.3.2011)

Tính giá trị của biểu thức sau

$$C = \frac{1}{1.2.3.4} + \frac{1}{2.3.4.5} + \frac{1}{3.4.5.6} + \dots + \frac{1}{2011.2012.2013.2014}$$

Bài 1.12 (Sở Giáo dục và Đào tạo Tuyên Quang, lớp 12 THPT 19.10.2011)

Gọi $S_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$ với $n \in \mathbb{N}$.

Chứng minh: $\frac{1}{S_1^2} + \frac{1}{2S_2^2} + \frac{1}{3S_3^2} + \dots + \frac{1}{nS_n^2} < 2$.

Bài 1.13 (Phòng GD và ĐT huyện Bồ Trách, Quảng Bình, lớp 9, 4.7.2008)

Tính

$$S = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{10}\right)$$

chính xác đến 4 chữ số thập phân.

Bài 1.14 (Chọn đội tuyển thi khu vực, Sở GD và ĐT Lâm Đồng, 2004)

Cho $k = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{100}$ và $a_k = \frac{2k+1}{(k^2+k)^2}$. Tính k .

Dạng toán 2 Tính theo dãy truy hồi

Bài 2.1 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Trung học Cơ sở, 2008-2009)

Cho dãy số xác định bởi công thức :

$$x_{n+1} = \frac{3 + 13x_n^2}{1 + x_n^2} \text{ với } x_1 = 0,09, n = 1, 2, \dots$$

- 1) Viết quy trình bấm phím liên tục tính x_{n+1} theo x_n .
- 2) Tính x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 (với đủ 10 chữ số trên màn hình).
- 3) Tính x_{100}, x_{200} (với đủ 10 chữ số trên màn hình).

Bài 2.2 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Trung học Cơ sở, 2007-2008; Phòng Giáo dục và Đào tạo huyện Đông Triều, Lớp 9, 2011-2012)

Cho dãy số $a_0 = 1; a_{n+1} = \frac{\sqrt{a_n^2 + a_n + 1} - 1}{a_n}$ với $n = 0; 1; 2; 3; \dots$

- 1) Lập quy trình bấm phím tính a_{n+1} trên máy tính cầm tay;
- 2) Tính $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_{10}$ và a_{15} .

Bài 2.3 (Sở Giáo dục và Đào tạo Phú Yên, Trung học Phổ thông, 10.2.2009)

Cho tập hợp các số vô hạn sau: $P = \left\{ \frac{1}{4}, \frac{2}{9}, \frac{3}{16}, \frac{4}{25}, \dots \right\}$.

- 1) Viết công thức số hạng tổng quát.
- 2) Tính số hạng thứ 35.
- 3) Viết quy trình bấm phím liên tục để tính tổng 30 số hạng đầu tiên.

Bài 2.4 (Sở Giáo dục và Đào tạo Sóc Trăng, lớp 9, 2008-2009)

Cho dãy số có số hạng tổng quát $U_n = 1 + i \cdot \frac{n-1}{n^2}$

($i = 1$ nếu n lẻ, $i = -1$ nếu n chẵn, n là số nguyên $n \geq 1$).

Tính tổng 20 số hạng đầu tiên của dãy số.

Bài 2.5 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Trung học Phổ thông, 11.3.2011)

Tính gần đúng giới hạn của dãy $U_n = \sqrt[3]{5 + \sqrt[3]{5 + \sqrt[3]{5 + \dots + \sqrt[3]{5}}}}$ (n dấu căn).

Tìm n_0 để với mọi $n \geq n_0$ thì u_n gần như không thay đổi (chỉ xét đến chín chữ số thập phân), cho biết giá trị u_{2010} . Nêu qui trình bấm phím tính u_n . Tìm n_0 để với mọi $n \geq n_0$ thì u_n có phần nguyên và chín chữ số thập phân ngay sau dấu phẩy là không đổi. Tính giá trị u_{2011} . Viết qui trình giải.

Bài 2.6 (Phòng Giáo dục và Đào tạo huyện Đông Triều, Lớp 9, 2011-2012)

Cho dãy số: $v_n = \frac{1}{\sqrt{u_1} + \sqrt{u_2}} + \frac{1}{\sqrt{u_2} + \sqrt{u_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{u_{n-1}} + \sqrt{u_n}}$, trong đó:

$u_1 = 1$; $u_n = u_{n-1} + 2$ ($\forall n > 1$).

1) Tìm công thức tính v_n theo n ($\forall n > 1$).

2) Tính giá trị v_{2010} .

Dạng toán 3 Dãy Fibonacci và dãy Lucas

Bài 3.1 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, lớp 12 Bỏ túc THPT, 11.3.2011)

Dãy số $\{a_n\}$ được xác định như sau: $a_1 = 5, a_2 = 3, a_{n+2} = 4a_{n+1} + 5a_n$ với mọi n nguyên dương. Tính tổng 12 số hạng đầu của dãy số đó.

Bài 3.2 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Trung học Cơ sở, 2007-2008)

Cho dãy số: $U_1 = 2$; $U_2 = 3$; $U_{n+1} = 3U_n + 2U_{n-1} + 3$ với $n \geq 2$.

1) Lập quy trình bấm phím tính U_{n+1} trên máy tính cầm tay.

2) Tính U_3, U_4, U_5, U_{10} và U_{19} .

Bài 3.3 (Chọn đội tuyển. Sở Giáo dục và Đào tạo thp Hồ Chí Minh, 2003)

Cho $u_1 = 17, u_2 = 29$ và $u_{n+2} = 3u_{n+1} + 2u_n$ ($n \geq 1$). Tính u_{15} .

Bài 3.4 (Phòng Giáo dục Đào tạo huyện Bảo Lâm, Lâm Đồng, 2004)

1) Cho $u_1 = 1,1234$; $u_{n+1} = 1,0123u_n$ ($n \in \mathbb{N}; n \geq 1$). Tính u_{50} .

2) Cho $u_1 = 5$; $u_{n+1} = \frac{3u_n^2 + 13}{u_n^2 + 5}$ ($n \in \mathbb{N}; n \geq 1$). Tính u_{15} .

3) Cho $u_0 = 3$; $u_1 = 4$; $u_n = 3u_{n-1} + 5u_{n-2}$ ($n \geq 2$). Tính u_{12} .

Bài 3.5 (Sở Giáo dục và Đào tạo Phú Yên, lớp 9, 2009-2010)

Cho dãy số u_n được xác định như sau

$$\begin{cases} u_1 = 3, u_2 = 2 \\ u_n = 3u_{n-2} - 2u_{n-1}, n \geq 3 \end{cases}$$

- 1) Viết 7 số hạng đầu.
- 2) Viết quy trình bấm phím liên tục để tính tích 7 số hạng đầu tiên.

Bài 3.6 (Sở Giáo dục và Đào tạo Sóc Trăng, lớp 9, 2008-2009)

Cho dãy số: $u_1 = 2, u_2 = 3, \dots, u_{n+2} = 3u_n + 2u_{n+1}; n = 1, 2, 3, \dots$

Tính giá trị của u_{20}, u_{21} và u_{22} .

Bài 3.7 (Thi thử vòng tỉnh, Trường THCS Đồng Nai-Cát Tiên, 2004)

- 1) Cho dãy $u_1 = 3; u_2 = 11; u_{n+1} = 8u_n - 5u_{n-1} \quad (n \geq 2)$.
 - 1a) Lập quy trình bấm phím để tìm số hạng thứ u_{11} của dãy.
 - 1b) Tìm số hạng u_1 đến u_{12} của dãy.
- 2) Cho dãy $u_1 = u_2 = 11; u_3 = 15; u_{n+1} = \frac{5u_n^2}{3+u_{n-1}} - \frac{u_{n-1}}{2+u_n}$ với $n \geq 3$.
 - 2a) Lập quy trình bấm phím để tìm số hạng thứ u_n của dãy.
 - 2b) Tìm số hạng u_8 của dãy.

Bài 3.8 (Phòng Giáo dục và Đào tạo Bảo Lâm, Lâm Đồng, 2005)

- 1) Cho $u_1 = 1,1234; u_{n+1} = 1,0123.u_n \quad (n \in \mathbb{N}; n \geq 1)$. Tính u_{50} .
- 2) Cho $u_1 = 5; u_{n+1} = \frac{3u_n^2 + 13}{u_n^2 + 5} \quad (n \in \mathbb{N}; n \geq 1)$. Tính u_{15} .
- 3) Cho $u_0 = 3; u_1 = 4; u_n = 3u_{n-1} + 5u_{n-2} \quad (n \geq 2)$. Tính u_{12} .

Bài 3.9 (Thi chọn đội tuyển Trường THCS Đồng Nai-Cát Tiên, 2004)

Cho dãy $u_1 = 5; u_2 = 9; u_{n+1} = 5u_n + 4u_{n-1} \quad (n \geq 2)$.

- 1) Lập quy trình bấm phím để tìm số hạng thứ u_n của dãy.
- 2) Tìm số hạng u_{14} của dãy.

Bài 3.10 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ngãi, lớp 9, 2009-2010)

Cho dãy số $U_n = \frac{(1+\sqrt{2})^n + (1-\sqrt{2})^n}{2\sqrt{2}}, \quad n = 1, 2, \dots, k.$

- 1) Chứng minh $U_{n+2} = 2U_{n+1} + U_n$.
- 2) Viết qui trình bấm phím để tìm số hạng thứ n

Bài 3.11 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Trung học Cơ sở, 2008-2009)

Cho dãy số

$$U_n = \frac{(1+\sqrt{2})^n - (1-\sqrt{2})^n}{2\sqrt{2}} \text{ với } n=1,2,\dots$$

- 1) Chứng minh rằng: $U_{n+1} = 2U_n + U_{n-1}$ với $\forall n \geq 1$.
- 2) Lập quy trình bấm phím liên tục tính U_{n+1} theo U_n và U_{n-1} với $U_1 = 1, U_2 = 2$.
- 3) Tính các giá trị từ U_{11} đến U_{20} .

Bài 3.12 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Trung học cơ sở, 2005)

Cho dãy số $u_n = \frac{(3+\sqrt{2})^n - (3-\sqrt{2})^n}{2\sqrt{2}}$.

Lập công thức truy hồi tính u_{n+2} theo u_{n+1} , u_n .

Bài 3.13 (Sở GD và ĐT Thừa Thiên Huế, Trung học Cơ sở, 01.02. 2007)

- 1) Cho dãy số với số hạng tổng quát được cho bởi công thức :

$$u_n = \frac{(6+2\sqrt{7})^n - (6-2\sqrt{7})^n}{4\sqrt{7}} \text{ với } n=1,2,3,\dots$$

- 1a) Tính $u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7, u_8$.
- 1b) Lập công thức truy hồi tính u_{n+1} theo u_n và u_{n-1} .

- 2) Hai dãy số với các số hạng tổng quát được cho bởi công thức :

$$\begin{cases} u_1 = 1; & v_1 = 2 \\ u_{n+1} = 22v_n - 15u_n & \text{với } n=1,2,3,\dots \\ v_{n+1} = 17v_n - 12u_n \end{cases}$$

- 2a) Tính $u_5, u_{10}, u_{15}, u_{18}, u_{19}; v_5, v_{10}, v_{15}, v_{18}, v_{19}$.
- 2b) Viết quy trình bấm phím liên tục tính u_{n+1} và v_{n+1} theo u_n và v_n .

Bài 3.14 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Nam, lớp 9, 2009-2010)

- 1) Tính chính xác giá trị biểu thức:

$$A = (5+2\sqrt{6})^{14} + (5-2\sqrt{6})^{14}.$$

- 2) Cho $S_n = 1 - 2 + 3 - 4 + \dots + (-1)^{n+1} n$.

Tính tổng $S = S_{2005} + S_{2006} + \dots + S_{2010}$.

Bài 3.15 (Phòng GD và ĐT huyện Bồ Trách, Quảng Bình, lớp 9, 4.7.2008)

Cho dãy số sắp xếp theo thứ tự $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n, U_{n+1}, \dots$

Biết $U_5 = 588; U_6 = 1084; U_{n+1} = 3U_n - 2U_{n-1}$. Tính $U_1; U_2$.

Bài 3.16 (Sở Giáo dục và Đào tạo Đồng Nai, lớp 9, 2004-2005)

Cho các số $u_1, u_2, \dots, u_n, u_{n+1}, \dots$ thỏa mãn $u_n + u_{n+1} = u_{n+2}, \forall n \geq 1$ và $u_2 = 3; u_{50} = 30$.

Tính giá trị của $S = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{48}$.

Bài 3.17 (Chọn đội tuyển thi khu vực, Sở GD và ĐT Lâm Đồng, 2004)

Cho $u_1 = u_2 = 7; u_{n+1} = u_n^2 + u_{n-1}^2$. Tính u_7 .

Chương 6 LƯỢNG GIÁC TRÊN MÁY TÍNH ĐIỆN TỬ

Dạng toán 1 Tính giá trị của biểu thức lượng giác

Bài 1.1 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Trung học Cơ sở, 2007-2008)

Tính giá trị của biểu thức:

$$B = \frac{3 \sin 15^\circ 25' + 4 \cos 12^\circ 12' \cdot \sin 42^\circ 20' + \cos 36^\circ 15'}{2 \cos 15^\circ 25' + 3 \cos 65^\circ 13' \cdot \sin 15^\circ 12' + \cos 31^\circ 33' \cdot \sin 18^\circ 20'}.$$

Bài 1.2 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên Huế, lớp 9, 01.12. 2006)

Tính giá trị của các biểu thức:

$$A = \frac{\sqrt[3]{235,68} \times \cot^5 23^\circ 35' \times \cos^4 69^\circ 43'}{62,06^3 \times \tan^7 69^\circ 55' \times \sin^3 77^\circ 27'}.$$

Bài 1.3 (Sở Giáo dục và Đào tạo Phú Yên, lớp 9, 2009-2010)

Tính giá trị biểu thức $P = \frac{\sin^3 90^\circ - \cot^3 30^\circ - \cos^2 45^\circ + \tan 20^\circ}{2\sqrt{7} + \sin 108^\circ \cos 32^\circ \tan 64^\circ}$.

Bài 1.4 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Nam, lớp 9, 2009-2010)

Tính gần đúng giá trị biểu thức (với 4 chữ số thập phân) giá trị biểu thức:

$$P = \frac{\sin^3 42^\circ + \sqrt{\tan 80^\circ}}{\sin 1^\circ + \cos^5 22^\circ} - \cot^2 17^\circ \sin^3 10^\circ.$$

Bài 1.5 (Phòng Giáo dục và Đào tạo Đông Triều, 2011-2012)

Tính giá trị của biểu thức (kết quả lấy với 4 chữ số thập phân):

$$B = \frac{\sin^3 90^\circ - \cot^3 30^\circ - \cos^2 45^\circ + \tan 20^\circ}{2\sqrt{7} + \sin 108^\circ \cos 32^\circ \tan 64^\circ}.$$

Bài 1.6 (Sở Giáo dục và Đào tạo Phú Yên, lớp 12 Bỏ túc THPT, 2009-2010)

Cho:

$$A = \cos 75^\circ \cos 15^\circ; \quad B = \cos \frac{2\pi}{9} \cos \frac{4\pi}{9} \cos \frac{8\pi}{9};$$

$$C = \frac{1}{\sin 18^\circ} - \frac{1}{\sin 54^\circ} + \tan 9^\circ - \tan 27^\circ - \tan 63^\circ + \tan 81^\circ.$$

Tính giá trị biểu thức $D = A^2 + B + C$.

Bài 1.7 (Sở Giáo dục và Đào tạo Phú Yên, lớp 9 Trung học Cơ sở, 10.2.2009)

Cho

$$A = \frac{2 - 3\sqrt{3} \sin^3 90^\circ + \cot^3 30^\circ + \cos^2 45^\circ}{\tan^4 60^\circ + \sin^2 30^\circ \cos^3 60^\circ};$$

$$B = \frac{1}{3} \cot 55^\circ + \frac{\sin^4 40^\circ \cos^2 20^\circ}{\tan^3 108^\circ}.$$

Tính $C = A + B$.

Bài 1.8 (Sở GD và ĐT Thừa Thiên Huế, Lớp 9, 01.02. 2007)

Tính giá trị của biểu thức M với $\alpha = 25^\circ 30'$, $\beta = 57^\circ 30'$ (kết quả lấy với 4 chữ số thập phân):

$$M = \left[(1 + \tan^2 \alpha \sin^2 \beta)(1 + \cot^2 \beta \cos^2 \alpha) + (1 - \sin^3 \alpha)(1 - \cos^3 \beta) \right] \times \\ \times \sqrt{(1 + \sin^2 \alpha)(1 + \cos^2 \beta)}.$$

Bài 1.9 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Trung học Cơ sở, 2008-2009)

Tính giá trị của biểu thức:

$$C = \frac{(1 + \sin^3 17^\circ 34')^2 (1 + \tan^2 25^\circ 30')^3 (1 - \cos^2 50^\circ 13')^3}{(1 + \cos^3 35^\circ 25')^2 (1 + \cot^2 25^\circ 30')^3 (1 - \sin^2 50^\circ 13')^3}$$

Bài 1.10 (Phòng Giáo dục Đào tạo huyện Bảo Lâm, Lâm Đồng, 2004)

1) Tính $P = \frac{\sin 25^\circ 12' 28'' + 2 \cos 45^\circ - 7 \operatorname{tg} 27^\circ}{\cos 36^\circ + \sin 37^\circ 13' 26''}$

2) Cho $\cos x = 0,81735$ (góc x nhọn). Tính: $\sin 3x$ và $\cos 7x$

3) Cho $\sin a = 0,4578$ (góc a nhọn). Tính: $Q = \frac{\cos^2 a - \sin^3 a}{\operatorname{tg} a}$

4) Cho $\cot g x = 1,96567$ (x là góc nhọn). Tính

$$S = \frac{\operatorname{tg}^2 x (1 + \cos^3 x) + \cot g^2 x (1 + \sin^3 x)}{(\sin^3 x + \cos^3 x)(1 + \sin x + \cos x)}.$$

Bài 1.11 (Chọn đội tuyển thi Khu vực, Sở GD ĐT Lâm Đồng, 2004)

Cho $\cot g \alpha = 0,05849$ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$). Tính: $D = \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha (\sin^3 \alpha + \cos^6 \alpha) + \cot g^8 \alpha}{\sin^3 \alpha + \operatorname{tg}^3 \alpha}$

Bài 1.12 (Thi chọn đội tuyển Trường THCS Đồng Nai-Cát Tiên, 2004)

Cho $\cot \alpha = 0,06993$ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$). Tính:

$$D = \frac{tg^4 \alpha (1 + \cos^5 \alpha) + \cot g^7 \alpha (1 - tg^3 \alpha)}{(\sin^3 \alpha + tg^3 \alpha)(1 + 3 \sin^5 \alpha)}$$

Bài 1.13 (Thi thi thử vòng Tỉnh, Trường THCS Đồng Nai, 2004)

Cho $\cot \alpha = 0,05849$ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$). Tính:

$$D = \frac{tg^4 \alpha (\sin^3 \alpha + \cos^5 \alpha) + \cot g^7 \alpha (\sin^3 \alpha - tg^3 \alpha)}{(\sin^3 \alpha + tg^3 \alpha)(1 + 3 \sin^5 \alpha)}$$

Bài 1.14 (Sở Giáo dục và Đào tạo thp Hồ Chí Minh, THPT, 11.1.2009)

Cho $\tan x = 2$ ($2\pi < x < 3\pi$) và $2 \sin y + 3 \cos y = 1$ ($0 < y < \pi$). Tính gần đúng với năm chữ số thập phân:

$$\begin{aligned} \text{a) } A &= \frac{\sin^2 x - \cos^3 x}{2 \tan^2 x + 3 \cot^4 x} \\ \text{b) } B &= \frac{\tan^2(x^2 - y) + \cot^2(x - y^2)}{\sin^2(x^2 + y) + \cos^4(x + y^2)} \end{aligned}$$

Bài 1.15 (Sở Giáo dục và Đào tạo Đồng Tháp, Bồ túc THPT, 2008-2009)

$$\text{Cho } A = \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}} ; B = \sqrt[3]{20 - \sqrt{4901}} + \sqrt[3]{20 + \sqrt{4901}}$$

Tìm một nghiệm thuộc $(0; 2\pi)$ của phương trình $A \tan x + B = 0$

Bài 1.16 (Sở GD và ĐT Tây Ninh, THCS và Bồ túc THPT, 2008-2009)

Tính giá trị lớn nhất – giá trị nhỏ nhất của hàm số:

$$f(x) = \cos 2x - \sqrt{2} \cos x$$

Chương 7 HÌNH HỌC TRÊN MÁY TÍNH ĐIỆN TỬ

Dạng toán 1 Phương pháp tọa độ

Bài 1. 1 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Trung học Cơ sở, 2007-2008)

Cho hai đường thẳng:

$$(d_1): y = \frac{\sqrt{3} + 1}{2}x + \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad (d_2): y = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}x - \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

- 1) Tính góc tạo bởi các đường thẳng trên với chiều dương trục Ox (chính xác đến giây).
- 2) Tìm giao điểm của hai đường thẳng trên (tính tọa độ giao điểm chính xác đến 2 chữ số sau dấu phẩy).
- 3) Tính góc nhọn tạo bởi hai đường thẳng trên (chính xác đến giây).

Bài 1.2 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên Huế, lớp 9, 01.12. 2006)

Cho 3 đường thẳng:

$$(d_1): 3x - 2y = -6; (d_2): 2x + 3y = 15; (d_3): x + 3y = 6.$$

Hai đường thẳng (d_1) và (d_2) cắt nhau tại A; hai đường thẳng (d_1) và (d_3) cắt nhau tại B; hai đường thẳng (d_2) và (d_3) cắt nhau tại C.

- 1) Tìm tọa độ của các điểm A, B, C (viết dưới dạng số thập phân). Tam giác ABC là tam giác gì? Giải thích.
- 2) Tính diện tích tam giác ABC (viết dưới dạng phân số) theo đoạn thẳng đơn vị trên mỗi trục tọa độ là 1 cm. Tính số đo của mỗi góc của tam giác ABC (chính xác đến phút).

Bài 1.3 (Thi chọn đội tuyển Trường THCS Đồng Nai-Cát Tiên, 2004)

Tìm góc α hợp bởi trục Ox với đường thẳng $y=ax+b$ đi qua hai điểm A(0;-4) và B(2;0).

Bài 1.4 (Sở GD và ĐT Thừa Thiên Huế, Trung học Cơ sở, 01.02. 2007)

- 1) (Lớp 9) Cho ba hàm số sau đây :

$$y = \frac{8}{7}x - 2 \quad (1), \quad y = \frac{3}{8}x - 3 \quad (2) \quad \text{và} \quad y = -\frac{18}{29}x + 6 \quad (3)$$

- 1a) Vẽ đồ thị của ba hàm số trên mặt phẳng tọa độ của Oxy.
- 1b) Tìm tọa độ giao điểm $A(x_A; y_A)$ của hai đồ thị hàm số (1) và (2), giao điểm $B(x_B; y_B)$ của hai đồ thị hàm số (2) và (3) ; giao điểm $C(x_C; y_C)$ của hai đồ thị hàm số (1) và (3) (kết quả dưới dạng phân số hoặc hỗn số).
- 1c) Tính các góc của tam giác ABC (lấy kết quả trên máy).
- 1d) Viết phương trình đường thẳng là phân giác của góc $\widehat{BAC}$ (hệ số góc lấy kết quả với hai chữ số ở phần thập phân).

- 2) (Lớp 8) Cho ba điểm $A(-2;5)$, $B(-4;2)$, $C(7;-1)$.

Từ đỉnh A vẽ đường cao AH, đường phân giác AD và đường trung tuyến AM (các điểm H, D, M thuộc cạnh BC). Cho biết tính chất của đường phân giác

trong tam giác : $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$.

- 2a) Tính diện tích tam giác ABC. Nêu sơ lược cách giải.
- 2b) Tính độ dài các đoạn thẳng AH, AD, AM và diện tích tam giác ADM (kết quả lấy với 2 chữ số ở phần thập phân). Đơn vị đo trên các trục tọa độ là cm.

Bài 1.5 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thp Hồ Chí Minh, Lớp 9, 11.1.2009)

Trong hệ trục Oxy, tìm tọa độ các giao điểm A, B của đường thẳng $(d): y = \frac{0,5 - \sqrt{2}}{1 - \sqrt{3}}x + \frac{2 - \sqrt{3}}{0,6 + \sqrt{2}}$ và parabol (P) : $y = \sqrt{0,2}x^2$ (chính xác đến 4 chữ số thập phân).

Bài 1.6 (Sở Giáo dục và Đào tạo Sóc Trăng, lớp 9, 2008-2009)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, hai đường thẳng $y = x(d_1)$ và $y = \frac{5}{2}x + 3(d_2)$ cắt nhau tại C. Đường thẳng $y = 1(d_3)$ cắt (d_2) tại B và cắt (d_1) tại A.

- 1) Tính số đo góc B của tam giác ABC.
- 2) Tính chu vi và diện tích tam giác ABC.
- 3) Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Bài 1.7 (Sở Giáo dục và Đào tạo Phú Yên, Trung học Cơ sở, 10.2.2009)

Cho đường thẳng (d): $y = 5x + 3$ và (d'): $y = -5x + 4$.

- 1) Vẽ đường thẳng (d) và (d') trên cùng một hệ trục tọa độ. Tìm giao điểm A giữa hai đường thẳng (d) và (d'), giao điểm B, C lần lượt của (d) và (d') với trục Ox.
- 2) Tính góc $\widehat{BAC}$.

Bài 1.8 (Sở Giáo dục và Đào tạo Đồng Tháp, lớp 9, 2008-2009)

Trong hệ tọa độ vuông góc Oxy cho đường thẳng có phương trình: $y = \sqrt{2}x + 4$. A là điểm trên đường thẳng có $x_A = \sqrt{11}$. Hạ AH vuông góc Ox (H thuộc Ox). Tính diện tích tam giác OAH.

Dạng toán 2 Hình học phẳng

Bài 2.1 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Trung học Cơ sở, 2010-2011)

Tứ giác ABCD có một đường chéo là $AC = 21\text{cm}$, các góc $DAC = 25^\circ$, $DCA = 37^\circ$, $BAC = 35^\circ$ và $BCA = 32^\circ$. Tính chu vi P và diện tích S của tứ giác đó. Trình bày tóm tắt cách giải.

Bài 2.2 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Trung học Cơ sở, 2008-2009)

1) Hình chữ nhật ABCD có độ dài các cạnh $AB = m$, $BC = n$. Từ A kẻ AH vuông góc với đường chéo BD.

1a) Tính diện tích tam giác ABH theo m và n.

1b) Cho biết $m = 3,15\text{ cm}$ và $n = 2,43\text{ cm}$. Tính diện tích tam giác ABH (chính xác đến 4 chữ số thập phân).

2) Hình thang vuông ABCD ($AB \parallel CD$) có góc nhọn $\widehat{BCD} = \alpha$, độ dài các cạnh $BC = m$, $CD = n$.

2a) Tính diện tích, chu vi và các đường chéo của hình thang ABCD theo m, n và α .

2b) Tính (chính xác đến 4 chữ số thập phân) diện tích, chu vi và các đường chéo của hình thang ABCD với

$$m = 4,25 \text{ cm}, \quad n = 7,56 \text{ cm}, \quad \alpha = 54^\circ 30'.$$

3) Cho tam giác ABC vuông tại A. Từ A kẻ AH vuông góc với BC (H thuộc BC).

Tính độ dài cạnh AB (chính xác đến 2 chữ số thập phân), biết rằng diện tích tam giác AHC là $S = 4,25 \text{ cm}^2$, độ dài cạnh AC là $m = 5,75 \text{ cm}$.

Bài 2.3 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Trung học Cơ sở, 2007-2008)

1) Tam giác ABC có các cạnh $AB = 31,48 \text{ (cm)}$, $BC = 25,43 \text{ (cm)}$, $AC = 16,25 \text{ (cm)}$. Viết quy trình bấm phím liên tục trên máy tính cầm tay và tính chính xác đến 02 chữ số sau dấu phẩy giá trị diện tích tam giác, bán kính đường tròn ngoại tiếp và diện tích phần hình tròn nằm phía ngoài tam giác ABC. (Cho biết các công thức tính diện tích tam giác là

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}; \quad S = \frac{abc}{4R}.$$

2) Từ điểm M nằm ở ngoài đường tròn (O; R) kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn. Cho biết $MO = 2R$ và $R = 4,23 \text{ (cm)}$.

Tính chính xác đến 2 chữ số sau dấu phẩy:

2a) Phần diện tích của phần tứ giác MAOB nằm phía ngoài đường tròn (O; R).

2b) Diện tích phần chung của hình tròn đường kính MO và hình tròn (O; R).

3) Cho đường tròn đường kính $AB = 2R$. M và N là hai điểm nằm trên đường tròn sao cho các cung AM; MN và NB bằng nhau. Gọi H là hình chiếu của N trên AB và P là giao điểm của AM với HN. Cho $R = 6,25 \text{ (cm)}$.

3a) Tính góc MBP (chính xác đến giây).

3b) Cho hình vẽ quay một vòng xung quanh trục BM. Tính diện tích xung quanh và thể tích hình do tam giác BMP tạo thành (chính xác đến 2 chữ số sau dấu phẩy).

Bài 2.4 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên-Huế, Lớp 9, 01.02.2007)

1) Cho tam giác ABC có cạnh $BC = 9,95 \text{ cm}$, góc $\widehat{ABC} = 114^\circ 43' 12''$, góc $\widehat{BCA} = 20^\circ 46' 48''$. Từ A vẽ đường cao AH, đường phân giác trong AD, đường phân giác ngoài AE và đường trung tuyến AM.

1a) Tính độ dài của các cạnh còn lại của tam giác ABC và các đoạn thẳng AH, AD, AE, AM.

1b) Tính diện tích tam giác AED (kết quả lấy với 2 chữ số ở phần thập phân).

2) Cho tứ giác ABCD nội tiếp trong đường tròn (O) bán kính $R = 4,20 \text{ cm}$, $AB = 7,69 \text{ cm}$, $BC = 6,94 \text{ cm}$, $CD = 3,85 \text{ cm}$.

Tìm độ dài cạnh còn lại và tính diện tích của tứ giác ABCD (kết quả lấy với 2 chữ số ở phần thập phân).

Bài 2.5 (Thi thử vòng tỉnh, Trường THCS Đồng Nai-Cát Tiên, 2004)

- 1) Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao là AH. Cho biết $AB=0,5$, $BC=1,3$. Tính AC, AH, BH, CH gần đúng với 4 chữ số thập phân.
- 2) Cho tam giác ABC có $AB = 1,05$; $BC = 2,08$; $AC = 2,33$.
 - 2a) Tính độ dài đường cao AH.
 - 2b) Tính độ dài trung tuyến AM.
 - 2c) Tính số đo góc C.
 - 2d) Tính diện tích tam giác ABC.

Bài 2.6 (Chọn đội tuyển thi khu vực, Sở Giáo dục và Đào tạo Lâm Đồng, 2004)

- 1) Cho tam giác ABC với 3 cạnh $BC = 5,1123$; $AB = 3,2573$; $AC = 4,7428$. Tính đường phân giác trong AD.
- 2) Tia phân giác chia cạnh huyền thành hai đoạn $\frac{135}{7}$ và $\frac{222}{7}$. Tính hai cạnh góc vuông.
- 3) Cho hình thang vuông ABCD, đường cao AB. Cho góc $BDC = 90^\circ$; Tìm AB, CD, AC với $AD=3,9672$; $BC=5,2896$.
- 4) Cho tam giác ABC với ba cạnh $BC = 14$; $AB = 13$; $AC = 15$. Gọi D, E, F là trung điểm của BC, AC, AB và $\{Q\} = BE \cap FD$; $\{R\} = DF \cap FC$; $\{P\} = AD \cap EF$. Tính:

$$m = \frac{AQ^2 + AR^2 + BP^2 + BR^2 + CP^2 + CQ^2}{AB^2 + BC^2 + AC^2}.$$

Bài 2.7 (Thi chọn đội tuyển Trường THCS Đồng Nai-Cát Tiên, 2004)

Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, cạnh $AB = c$, $AC = b$.

- 1) Tính khoảng cách d từ chân đường phân giác trong của góc vuông đến mỗi cạnh góc vuông.
Với $b = 5,78914$ cm; $c = 8,911456$ cm. Tính khoảng cách đó.
- 2) Cho $\triangle ABC$ có ba cạnh $a = 17,894$ cm; $b = 15,154$ cm; $c = 14,981$ cm. Kẻ ba đường phân giác trong của $\triangle ABC$ cắt ba cạnh lần lượt tại A_1, B_1, C_1 . Tính phần diện tích được giới hạn bởi $\triangle ABC$ và $\triangle A_1B_1C_1$?

- 3) Cho tứ giác lồi ABCD nội tiếp trong một đường tròn bán kính R, có các cạnh $a = 3,657$ cm; $b = 4,155$ cm; $c = 5,651$ cm; $d = 2,765$ cm. Tính phần diện tích được giới hạn bởi đường tròn và tứ giác ABCD.

Bài 2.8 (Sở Giáo dục và Đào tạo Tây Ninh, lớp 9, 2008-2009)

- 1) Cho nửa đường tròn tâm O đường kính $AB = 2008$. Từ một điểm C trên bán kính OB kẻ một tia vuông góc với AB cắt nửa đường tròn ở D. Tiếp tuyến với nửa đường tròn

(O) tại D cắt đường thẳng AB tại E.

Tìm vị trí điểm C trên OB sao cho $DE = CD + CB$.

2) Cho hình bình hành ABCD ($AD > AB$) có chu vi bằng 26; $\widehat{ABC} = 120^\circ$. Bán kính đường tròn nội tiếp của tam giác BCD bằng $\sqrt{3}$.

a) Tính độ dài các cạnh AB, BC của hình bình hành ABCD.

b) Viết công thức và tính diện tích hình bình hành ABCD.

3) Cho nửa đường tròn đường kính AB = 2008. Trên tia đối của tia AB, lấy điểm P sao cho AP = 1004. Qua P vẽ cắt cát tuyến PCD (C nằm giữa P và D) sao cho $CD = 1004\sqrt{2}$.

a) Tính độ dài đoạn PC và PD

b) Tính độ dài các đoạn CA, AD, BD

Bài 2.9 (Phòng Giáo dục Đào tạo huyện Bảo Lâm, Lâm Đồng, 2004)

1) Cho tam giác ABC vuông ở A với AB=4,6892 cm ; BC=5,8516 cm. Tính góc ABC (bằng đơn vị đo độ), tính độ dài đường cao AH và phân giác trong CI.

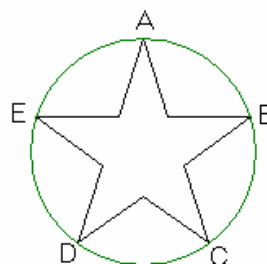
2) Cho tam giác ABC vuông cân ở A. Trên đường cao AH, lấy các điểm D, E sao cho $AE=HD=\frac{1}{4}AH$. Các đường thẳng BE và BD lần lượt cắt cạnh AC ở F

và G. Biết BC=7,8931 cm.

2a) Tính diện tích tam giác ABE

2b) Tính diện tích tứ giác EFGD.

3) Cho ngôi sao 5 cánh như hình bên. Các khoảng cách giữa hai đỉnh không liên tiếp của ngôi sao $AC=BD=CE= \dots = 7,516$ cm. Tìm bán kính R của đường tròn đi qua 5 đỉnh của ngôi sao.



Bài 2.10 (Phòng Giáo dục và Đào tạo huyện Đông Triều, lớp 9, 2011-2012)

1) Viết công thức tính diện tích S của hình thang biết độ dài hai đường chéo là l_1 và l_2 và đoạn thẳng nối trung điểm của hai đáy là d .

Áp dụng bằng số: (Lấy kết quả đến 5 chữ số thập phân)

$l_1 = 302,1930m$; $l_2 = 503,2005m$; $d = 304,1975m$.

2) Một hình vuông và một hình tam giác đều cùng nội tiếp một hình tròn có bán kính bằng 1 cm, sao cho một cạnh của tam giác song song với một cạnh của hình vuông. Gọi S là diện tích phần chung của tam giác và hình vuông. Hãy lập công thức và tính gần đúng S.

Bài 2.11 (Sở Giáo dục và Đào tạo Sóc Trăng, lớp 9, 2008-2009)

Cho tam giác ABC vuông tại A. Biết $AB = 5,2538m$, góc $\widehat{C} = 40^\circ 25'$. Từ A vẽ đường phân giác AI và trung tuyến AM (I và M thuộc BC)

- Tính độ dài của các đoạn thẳng AI, AM.
- Tính tỉ số diện tích tam giác AIM và diện tích tam giác ABC.

Bài 2.12 (Sở Giáo dục và Đào tạo Đồng Tháp, lớp 9, 2008-2009)

- Cho tam giác ABC có phân giác trong AD (D thuộc đoạn BC). M là trung điểm AB. AD cắt CM tại I. Tính diện tích tam giác ACI khi $AB = 5$; $AC = 5$; $BC = 7$.
- Hình vuông ABCD có cạnh bằng 1 nội tiếp trong đường tròn tâm O. M là điểm trên cung BC sao cho góc $MAB = 30^\circ$.
 - Tính góc AOM.
 - Tính diện tích tứ giác AOMB

Bài 2.13 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thp Hồ Chí Minh, Lớp 9, 11.1.2009)

Cho hình chữ nhật ABCD có $AD = 4,9$. Trên cạnh AD lấy điểm M sao cho $AM = 1,5$. Gọi I là giao điểm của BM và AC. Góc IDC có số đo bằng 70° .

- Tính ID (chính xác đến 2 chữ số thập phân).
- Tính AB (chính xác đến 2 chữ số thập phân).
- Tính góc BIC (độ, phút, giây)
- Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác BIC (chính xác đến 2 chữ số thập phân).

Bài 2.14 (Sở Giáo dục và Đào tạo Sóc Trăng, 28.11.2010)

Tính diện tích hình tròn nội tiếp tam giác ABC. Biết $AB=4$, $BC=5$, $AC=6$.

Bài 2.15 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ngãi, lớp 9, 2009-2010)

- Cho ngũ giác lồi ABCDE. Tính số đo các góc trong của ngũ giác, biết $\sqrt{13}\widehat{A} = \sqrt{17}\widehat{B} = \sqrt{19}\widehat{C} = \sqrt{23}\widehat{D} = \sqrt{29}\widehat{E}$.
- Cho hình chữ nhật ABCD có $BC = a$; $AB = b$. Kẻ CK vuông góc với BD
 - Tính diện tích tam giác AKD theo a và b
 - Tính diện tích tam giác AKD với $a = 5,67cm$; $b = 3,45cm$ (kết quả lấy 4 chữ số thập phân).

Bài 2.16 (Chọn đội tuyển. Sở Giáo dục và Đào tạo thp Hồ Chí Minh, 2003)

Cho ngũ giác đều ABCDE có độ dài cạnh bằng 1. Gọi I là giao điểm của 2 đường chéo AD và BE. Tính (chính xác đến 4 chữ số thập phân):

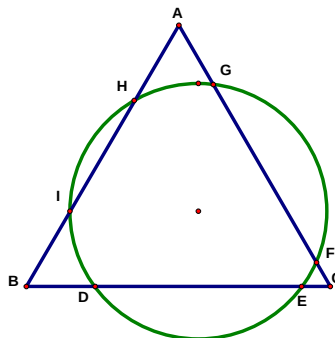
- Độ dài đường chéo AD.
- Diện tích của ngũ giác ABCDE.
- Độ dài đoạn IB.
- Độ dài đoạn IC.

Bài 2.17 (Sở Giáo dục và Đào tạo Phú Yên, lớp 9, 2009-2010)

1) Tính chu vi hình tròn nội tiếp tam giác vuông ABC, biết cạnh AB=1,7321 cm và cạnh huyền BC = 2,4495 cm.

2) Cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi D, E là hai điểm trên cạnh huyền BC sao cho $BD = DE = EC$. Biết độ dài đoạn $AD = \sin x$, $AE = \cos x$, với $\left(0 < x < \frac{\pi}{2}\right)$. Tính độ dài cạnh huyền BC.

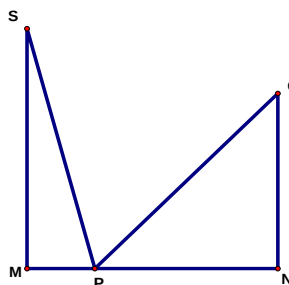
3) Trong hình bên, đường tròn cắt các cạnh tam giác đều ABC tại 6 điểm. Biết AG = 2, GF = 13, FC = 1 và HI = 7. Hãy tính DE.



4) Trong một hành lang hẹp có bề rộng $MN = r$ (xem hình bên) một thang có độ dài d dựng dựa tường, chân thang đặt tại điểm P giữa hai vách. Đầu thang dựa vào

điểm Q cách mặt đất một khoảng k, thang hợp với mặt đất một góc 45° . Quay thang, thang lại dựa vào vách đối diện tại điểm S cách mặt đất một khoảng h và thang nghiêng một góc

45° với mặt đất. Tính tỷ số $\frac{k}{r}$.



Bài 2.18 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Nam, lớp 8, 2009-2010)

Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 3,196\text{cm}$, $AB = 2,0574\text{cm}$. Dựng trên các cạnh AB, AC và về phía ngoài tam giác ABC, các tam giác vuông cân ADB, AEC có cạnh huyền theo thứ tự là AB, AC. Gọi M là trung điểm BC. Tính diện tích tam giác DME (gần đúng với 4 chữ số thập phân).

Bài 2.19 (Phòng GD và ĐT huyện Bố Trạch, Quảng Bình, lớp 9, 4.7.2008)

Cho tam giác ABC đều có cạnh bằng 1. Trên cạnh AC lấy các điểm D, E sao cho $\angle ABD = \angle CBE = 20^\circ$. Gọi M là trung điểm của BE và N là điểm trên cạnh BC sao $BN = BM$. Tính tổng diện tích hai tam giác BCE và tam giác BEN.

Bài 2.20 (Sở Giáo dục và Đào tạo Phú Yên, lớp 9 Trung học Cơ sở, 10.2.2009)

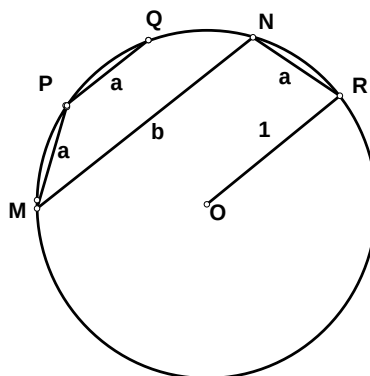
Cho tam giác ABC có diện tích bằng đơn vị. Trên cạnh AB lấy điểm M và trên cạnh AC lấy điểm N sao cho $AM = 3BM$ và $AN = 4CN$. Đoạn BN cắt CM ở O. Tính diện tích của tam giác AOB và AOC.

Bài 2.21 (Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Nam, lớp 9, 2009-2010)

Cho tam giác ABC , trên cạnh AB , AC , BC lần lượt lấy các điểm M , L , K sao cho tứ giác $KLMB$ là hình bình hành. Biết $S_{AML} = 42,7283 \text{ cm}^2$, $S_{KLC} = 51,4231 \text{ cm}^2$. Hãy tính diện tích tam giác ABC (gần đúng với 4 chữ số thập phân).

Bài 2.22 (Sở Giáo dục và Đào tạo Phú Yên, lớp 9 Trung học Cơ sở, 10.2.2009)

Trong hình dưới đây, dây PQ và MN song song với bán kính $OR = 1$. Các dây MP , PQ và NR đều có độ dài bằng a , dây MN có độ dài bằng b . Tính $a^2 - b^2$.



Bài 2.23 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Trung học Cơ sở, 2010-2011)

Một mảnh bìa có dạng một tam giác cân ABC với $AB = AC = 25 \text{ cm}$ và $BC = 14 \text{ cm}$. Làm thế nào để cắt từ mảnh bìa đó ra được một hình chữ nhật $MNPQ$ có diện tích bằng $\frac{1}{17}$ diện tích của tam giác ABC , trong đó M, N thuộc cạnh BC , còn P, Q tương ứng thuộc các cạnh AC, AB . Trình bày tóm tắt cách giải.

Dạng toán 3 Hình học không gian

Bài 3.1 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Trung học Cơ sở, 2008-2009)

1) Hình chóp tứ giác đều $O.ABCD$ có độ dài cạnh đáy $BC = a$, độ dài cạnh bên $OA = l$.

1a) Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích của hình chóp $O.ABCD$ theo a và l .

1b) Tính (chính xác đến 2 chữ số thập phân) diện tích xung quanh và thể tích của hình chóp $O.ABCD$ biết $a = 5,75 \text{ cm}$, $l = 6,15 \text{ cm}$.

2) Người ta cắt hình chóp $O.ABCD$ cho trong Câu 4.1 bằng mặt phẳng song song với đáy $ABCD$ sao cho diện tích xung quanh của hình chóp $O.MNPQ$ được cắt ra bằng diện tích xung quanh của hình chóp cụt đều $MNPQ.ABCD$ được cắt ra. Tính thể tích hình chóp cụt được cắt ra (chính xác đến 2 chữ số thập phân).

Chương 8 CÁC BÀI TOÁN KHÁC

Bài 8.1 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Trung học Cơ sở, 2010-2011)

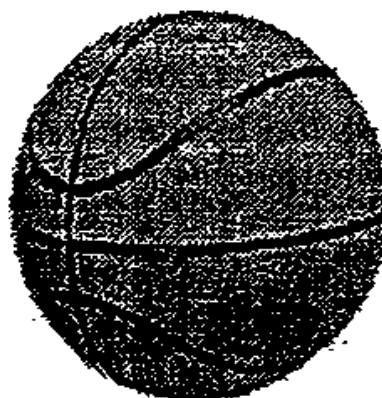
Một mảnh sân hình chữ nhật có chiều rộng và chiều dài tương ứng là $7,6m$ và $11,2m$ được lát kín bởi các viên gạch hình vuông có cạnh $20cm$. Cho rằng diện tích phần tiếp giáp nhau giữa các viên gạch là không đáng kể. Người ta đánh số các viên gạch đã lát từ 1 cho đến hết. Giả sử trên viên gạch thứ nhất người ta đặt lên đó 1 hạt đậu, trên viên thứ hai người ta đặt lên đó 7 hạt đậu, trên viên thứ ba người ta đặt lên đó 49 hạt đậu, trên viên thứ tư người ta đặt lên đó 343 hạt đậu,...và cứ đặt theo cách đó cho đến viên gạch cuối cùng ở trên sân này. Gọi S là tổng số hạt đậu đã đặt lên các viên gạch của sân đó. Tìm ba chữ số tận cùng bên phải của số $6S + 5$. Trình bày tóm tắt cách giải.

Bài 8.2 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Trung học Cơ sở, 2010-2011)

Một cái sân hình chữ nhật được lát kín bằng các viên gạch hình vuông có cạnh $5cm$, xen kẽ một viên màu đen với một viên màu trắng và không có hai viên cùng màu được ghép cạnh nhau. Cho biết diện tích phần tiếp giáp nhau giữa các viên gạch là không đáng kể. Nếu ở hàng thứ nhất theo chiều rộng của sân này có 2011 viên màu đen và tất cả có 22210983 viên gạch đã được lát thì sân này có chiều dài và chiều rộng là bao nhiêu mét? Trình bày tóm tắt cách giải.

Bài 8.3 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Trung học Cơ sở, 2010-2011) (5 điểm)

Một quả bóng rổ theo tiêu chuẩn quốc tế có dạng hình cầu với bán kính $R = 12,09cm$ (hình bên). Người ta muốn tạo ra các túi dạng hình hộp đứng có nắp bằng bìa (cứng và nhẵn) để đựng được 12 quả bóng rổ nói trên.



Nếu chưa tính diện tích cần có cho các mép dán thì diện tích bìa ít nhất để tạo ra được một túi như thế là bao nhiêu cm^2 ? Trình bày tóm tắt cách giải.

Bài 8.4 (Bộ Giáo dục và Đào tạo, Trung học Phổ thông, 11.3.2011) (5 điểm)

Tìm hệ số lớn nhất trong khai triển nhị thức $(5x + \sqrt{7})^{11}$.

Bài 8.5 (Phòng GD và ĐT huyện Bố Trạch, Quảng Bình, lớp 9, 4.7.2008)

Cho đa thức $Q(x) = (3x^2 + 2x - 7)^{64}$. Tính tổng các hệ số của đa thức chính xác đến đơn vị.

Bài 8.6 (Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên Huế, lớp 9, 01.12. 2006)

Khai triển biểu thức $(1 + 2x + 3x^2)^{15}$ ta được đa thức :

$$a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{30}x^{30}.$$

Tính giá trị chính xác của biểu thức :

$$E = a_0 - 2a_1 + 4a_2 - 8a_3 + \dots - 536870912a_{29} + 10723741824a_{30}$$

Bài 8.7 (Giáo dục và Đào tạo Tuyên Quang, THPT, 19.10.2011)

Giải phương trình $x^2 - 3x + 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \sqrt{x^4 + x^2 + 1} = 0$.

Bài 8.8 (Sở Giáo dục và Đào tạo Đồng Nai, lớp 9, 2004-2005)

Cho hàm số $y = f(x)$, biết $\begin{cases} f(1) = 0,73579 \\ f(n+1) = \frac{f(n)}{1+n \cdot f(n)} \end{cases}$, với n là số nguyên

dương. Tính $\frac{1}{f(2005)}$.

Bài 8.9 (Sở Giáo dục và Đào tạo Đồng Tháp, lớp 9, 2008-2009)

Cho: $f(1) = 1$; $f(m+n) = f(m) + f(n) + mn$ (m, n nguyên dương)

Tính $f(10)$ và $f(2008)$.

Bài 8.10 (Sở Giáo dục và Đào tạo Tây Ninh, lớp 9, 2008-2009)

Cho đa thức $f(x)$ bậc bốn và thỏa mãn hai điều kiện:

$$\begin{cases} f(-1) = 0 \\ f(x) - f(x-1) = x(x+1)(2x+1) \end{cases}$$

1) Tìm đa thức $f(x)$ nói trên.

2) Tính tổng $S = 1.2.3 + 2.3.5 + 3.4.7 + \dots + 2008.2009.4017$.

TÀI LIỆU

1. Tạ Duy Phượng, *Giải toán trên máy tính điện tử*. Nhà xuất bản Giáo dục, 2003, 2005.

2. Tạ Duy Phượng, Nguyễn Thế Thạch, *Các đề thi học sinh giỏi Giải toán trên máy tính Casio 1996-2004*. Nhà xuất bản Giáo dục, 2004, 2005.

3. Tạ Duy Phượng, Phạm Thị Hồng Lý, *Một số dạng toán thi học sinh giỏi Giải toán trên máy tính-Phương trình sai phân*. Nhà xuất bản Giáo dục, 2005, 2006, 2008.

4. Tạ Duy Phượng, *Hướng dẫn sử dụng, thực hành giải toán và một số đề thi THCS, THPT trên máy tính điện tử Sharp*. Nhà xuất bản Giáo dục, 2006.

5. Tạ Duy Phượng, *Chuyên đề bồi dưỡng học sinh giỏi Giải toán trên máy tính điện tử-Hệ đếm và ứng dụng*. Nhà xuất bản Giáo dục, 2007.
6. Tạ Duy Phượng, *Chuyên đề bồi dưỡng học sinh giỏi Giải toán trên máy tính điện tử-Toán thống kê*. Nhà xuất bản Giáo dục, 2007.
7. Tạ Duy Phượng, *Các dạng toán thi học sinh giỏi Giải toán trên máy tính điện tử*, Tập I: Trung học Cơ sở, Tập II: Trung học Phổ thông. (Bản thảo), 2012.
8. Trần Đỗ Minh Châu, Tạ Duy Phượng, Nguyễn Khắc Toàn, *Tuyển tập các đề thi Giải toán trên máy tính (Trung học Cơ sở 2003-2010)*, Nhà xuất bản Giáo dục (Sẽ ra).
9. Phạm Thị Nhân, Tạ Duy Phượng, Trần Dư Sinh, *Tuyển tập các đề thi Giải toán trên máy tính (Trung học Phổ thông, 2003-2012)* (Bản thảo), 2012.
10. Các sách, tạp chí, các trang WEB về toán và máy tính.