

**TRƯỜNG THPT CHUYÊN HÀ NỘI – AMSTERDAM**  
**ĐỀ CƯƠNG VÀ ĐÁP ÁN ÔN TẬP HỌC KỲ I LỚP 12 MÔN**  
**TOÁN NĂM HỌC 2012 – 2013**

**ĐỀ SỐ 1**

**Bài 1.** Cho hàm số  $y = x^3 + mx^2 - m - 1$  có đồ thị là  $(C_m)$ .

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị  $(C)$  của hàm số khi  $m = -3$ .
- Tìm các giá trị của tham số  $m$  để hàm số có đồ thị  $(C_m)$  đồng biến trên  $[2; +\infty)$ .
- Tìm các giá trị của tham số  $m$  để hàm số với đồ thị  $(C_m)$  có cực trị và điểm cực đại nằm trên trục tung, điểm cực tiểu nằm trên trục hoành.
- Tìm các giá trị của tham số  $m$  để  $(C_m)$  cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ  $x_1; x_2; x_3$  sao cho  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \geq 24$ .

**Bài 2.**

- Cho  $a, b$  là độ dài hai cạnh góc vuông,  $c$  là độ dài cạnh huyền của một tam giác vuông, trong đó  $c \pm b \neq 1$ . Chứng minh rằng  $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = 2 \log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a$ .
- Giải phương trình  $\log_{3-2x} (2x^2 - 9x + 9) + \log_{3-x} (4x^2 - 12x + 9) - 4 = 0$ .

**Bài 3.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$  và góc tại đỉnh của mỗi mặt bên bằng  $2\varphi$ .

- Tính thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  theo  $a$  và  $\varphi$ .
- Xác định tâm, tính bán kính, diện tích của mặt cầu và thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABCD$  theo  $a$  và  $\varphi$ .
- Xác định tâm và tính bán kính của mặt cầu nội tiếp hình chóp  $S.ABCD$  theo  $a$  và  $\varphi$ .
- Tính  $\varphi$  để tâm mặt cầu ngoại tiếp và nội tiếp hình chóp  $S.ABCD$  trùng nhau.

**Bài 4.** Cho hàm số  $y = \left| \log_{2x^2-1} (7-2x^2) + \log_{7-2x^2} (2x^2-1) \right|$ . Tìm các giá trị của  $x$  để hàm số đã cho đạt giá trị nhỏ nhất.

**ĐỀ SỐ 2**

**Bài 1.** Cho hàm số  $y = -x^3 - 3x^2 - mx - 1$  có đồ thị  $(C_m)$ .

- Khi  $m = 0$ , hãy khảo sát và vẽ đồ thị  $(C)$  của hàm số.
- Biện luận theo tham số  $a$  số nghiệm của phương trình  $|x|^3 + 3x^2 + 2 - 2m = 0$ .
- Tìm các giá trị của tham số  $m$  để hàm số với đồ thị  $(C_m)$  có cực trị và viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của hàm số.
- Tìm các giá trị của tham số  $m$  để đường thẳng  $y = -1$  cắt  $(C_m)$  tại ba điểm phân biệt  $A(0; -1), B, C$  sao cho tiếp tuyến tại  $B, C$  vuông góc với nhau.

**Bài 2.**

- Giải phương trình  $3 \cdot 8^x + 4 \cdot 12^x - 18^x - 2 \cdot 27^x = 0$ .
- Giải phương trình  $(4x - 5) \log_2^2 x - (16x - 17) \log_2 x + 12 = 0$ .

**Bài 3.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy, cạnh bên  $SC$  tạo với đáy một góc  $45^\circ$ .

- Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$  theo  $a$ .

- b) Xác định tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABCD$ .
- c) Gọi  $I$  là trung điểm của  $AD$  và  $M$  là điểm thuộc đoạn  $SI$  ( $M$  không trùng với  $S$  và  $I$ ). Tìm vị trí của  $M$  trên đoạn  $SI$  sao cho mặt phẳng ( $BCM$ ) chia khối chóp  $S.ABCD$  thành hai khối đa diện có thể tích bằng nhau.
- d) Tính diện tích thiết diện cắt bởi mặt phẳng ( $BCM$ ) với hình chóp  $S.ABCD$  theo  $a$  và  $x$  với  $x = \frac{SM}{SI}, 0 < x < 1$ .

**Bài 4.** Cho phương trình  $m(\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2} + 2) = 2\sqrt{1-x^4} + \sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}$ . Tìm các giá trị tham số  $m$  để phương trình đã cho có nghiệm.

### ĐỀ SỐ 3

**Bài 1.** Cho hàm số  $y = \frac{1}{4}x^4 - mx^2 + \frac{3}{2}$  có đồ thị ( $C_m$ ).

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị ( $C$ ) của hàm số khi  $m = 3$ .
- b) Tìm trên trục tung các điểm có thể kẻ được ba tiếp tuyến đến đồ thị ( $C$ ).
- c) Tìm các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị ( $C_m$ ) có ba điểm cực trị lập thành ba đỉnh của tam giác vuông cân.
- d) Tìm các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị ( $C_m$ ) cắt trục hoành tại bốn điểm có hoành độ thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 20$ .

**Bài 2.**

- a) Tìm  $m$  để phương trình  $9^{1+\sqrt{1-t^2}} - (m+2)3^{1+\sqrt{1-t^2}} + 2m+1 = 0$  có nghiệm.
- b) Giải phương trình  $\log_2 \left[ (x^2 - x)(x+1)^2 \right] = \log_2(x^2 - x) \cdot \log_2(x+1)^2 + 1$ .

**Bài 3.** Cho tam diện ba mặt vuông  $Oxyz$ . Lấy lần lượt trên  $Ox, Oy, Oz$  các điểm  $M, N, P$  khác  $O$  sao cho  $OM = a, ON = b, OP = c$ . Gọi  $A, B, C$  theo thứ tự là trung điểm của  $MN, NP, PM$ .

- a) Chứng minh rằng các mặt của khối tứ diện  $OABC$  là những tam giác bằng nhau.
- b) Tính thể tích tứ diện  $OABC$  theo  $a, b, c$ .
- c) Tìm tâm và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $OABC$ .
- d) Cho  $OM = ON = OP = a$ . Tìm tâm và bán kính mặt cầu nội tiếp tứ diện  $OMNP$  theo  $a$ .

**Bài 4.** Cho hàm số  $y = \frac{9}{4} \left( \frac{5^x + 5^{-x} - 2}{5^x + 5^{-x} + 2} \right) + \frac{15}{2} \left( \frac{5^x - 1}{5^x + 1} \right) + 6$ . Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn  $[-1; 1]$ .

### ĐỀ SỐ 4

**Bài 1.** Cho hàm số  $y = (2m - 1)x^4 - 3mx^2 + m + 1$  có đồ thị ( $C_m$ ).

- a) Khảo sát và vẽ đồ thị ( $C$ ) của hàm số ứng với  $m = 1$
- b) Dựa vào đồ thị ( $C$ ) và phép biến đổi đồ thị, hãy tìm tất cả các giá trị của  $a$  để phương trình  $|x^4 - 3x^2 + 2| = a$  có 6 nghiệm phân biệt.
- c) Tìm các tiếp tuyến của ( $C$ ) có 3 điểm chung phân biệt với ( $C$ ).
- d) Cho điểm  $M$  trên ( $C$ ) có hoành độ  $a$ . Trong trường hợp tiếp tuyến tại  $M$  cắt ( $C$ ) tại hai điểm  $A, B$  khác  $M$ , hãy tìm quỹ tích trung điểm  $I$  của đoạn thẳng  $AB$ .

**Bài 2.**

- a) Xác định  $m$  để phương trình  $m.4^{|x+1|} + 8.9^{|x+1|} = 35.6^{|x+1|}$  có nghiệm.  
 b) Giải phương trình  $\frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x+3) + \frac{1}{4}\log_4(x-1)^8 = \log_2(4x)$ .

**Bài 3.** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân ở  $A$ . Cho biết  $AB=AC=a, AA'=a\sqrt{2}$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$  và  $(\alpha)$  là mặt phẳng đi qua  $M$ , vuông góc với  $CB'$ .

- a) Chứng minh rằng hai mặt phẳng  $(ABC')$  và  $(ACC'A')$  vuông góc.  
 b) Tính góc giữa đường thẳng  $CB'$  và mặt phẳng  $(ACC'A')$ .  
 c) Tính khoảng cách giữa  $AA'$  và  $CB'$ .  
 d) Xác định và tính diện tích thiết diện của lăng trụ do  $(\alpha)$  cắt tạo thành.

**Bài 4.** Chứng minh rằng  $1-x \leq e^{-x} \leq 1-x + \frac{x^2}{2}$  luôn đúng  $\forall x \in [0;1]$ . Từ đó suy ra rằng

$$-x < \frac{e^{-x^2}}{1+x} \leq 1-x + \frac{x^4}{2(1+x)} \text{ luôn đúng } \forall x \in [0;1].$$

**ĐỀ SỐ 5**

**Bài 1.** Cho hàm số  $y = \frac{x+1}{x+2}$  có đồ thị  $(C)$ .

- a) Khảo sát và vẽ đồ thị  $(C)$  của hàm số.  
 b) Biện luận theo  $m$  số nghiệm của phương trình  $\frac{x+1}{|x+2|} - 2m+1 = 0$ .  
 c) Tìm giá trị của tham số  $m$  để đường thẳng  $(d): y = -x+m$  cắt  $(C)$  tại hai điểm phân biệt  $A, B$  sao cho  $AB$  nhỏ nhất.  
 d) Lập phương trình các tiếp tuyến của  $(C)$  sao cho khoảng cách từ giao điểm  $I$  của hai tiệm cận đến tiếp tuyến đó lớn nhất.

**Bài 2.**

- a) Giải phương trình  $(\sqrt{2+\sqrt{3}})^x + (\sqrt{2-\sqrt{3}})^x = 2^x$ .  
 b) Tìm  $m$  để phương trình  $2\log_2(x+4) = \log_2(mx)$  có nghiệm duy nhất.

**Bài 3.** Cho tam giác cân  $ABC$  có góc  $\angle BAC = 120^\circ$  và đường cao  $AH = a\sqrt{2}$ . Trên đường thẳng  $\Delta$  vuông góc với  $(ABC)$  tại  $A$  lấy hai điểm  $I$  và  $J$  nằm về hai phía của điểm  $A$  sao cho  $IBC$  là tam giác đều và  $JBC$  là tam giác vuông cân.

- a) Tính theo  $a$  độ dài các cạnh của tam giác  $ABC$ .  
 b) Chứng minh rằng  $BIJ, CIJ$  là các tam giác vuông.  
 c) Xác định tâm và tính theo  $a$  thể tích của khối cầu ngoại tiếp tứ diện  $IJBC$ .  
 d) Xác định tâm và tính theo  $a$  bán kính của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $IABC$ .

**Bài 4.** Cho hàm số  $y = (2+\sqrt{3})^{2x} + (2-\sqrt{3})^{2x} - 8\left[(2+\sqrt{3})^x + (2-\sqrt{3})^x\right]$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số.

## ĐỀ SỐ 6

**Bài 1.** Cho hàm số  $(C): y = \frac{2x}{x+1}$ .

- Khảo sát và vẽ đồ thị  $(C)$  của hàm số đã cho.
- Biện luận theo tham số  $m$  số nghiệm của phương trình  $\left| \frac{2|x|}{|x|+1} \right| - 2m + 1 = 0$ .
- Chứng minh rằng có vô số cặp điểm trên đồ thị  $(C)$  của hàm số mà tiếp tuyến của chúng tại đó song song với nhau.
- Tìm điểm  $M$  trên  $(C)$  sao cho tiếp tuyến tại  $M$  của  $(C)$  cắt  $Ox, Oy$  tại  $A, B$  sao cho diện tích tam giác  $OAB$  bằng  $\frac{1}{4}$ , ở đây  $O$  là gốc tọa độ.

**Bài 2.**

- Giải phương trình  $3^{2x-1} + 3^{x-1}(3x-7) - x + 2 = 0$ .
- Tìm các giá trị của  $m$  để phương trình  $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 1 = 0$  có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn  $[1; 3^{\sqrt{3}}]$ .

**Bài 3.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ , mặt bên  $SAB$  là tam giác đều và vuông góc với đáy. Gọi  $H$  là trung điểm của  $AB$  và  $M$  là điểm di động trên  $BC$ .

- Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$  theo  $a$ .
- Tìm tập hợp điểm  $K$  là hình chiếu vuông góc của điểm  $S$  trên  $DM$ .
- Đặt  $CM = x$ . Tìm  $x$  để thể tích khối chóp  $S.DHK$  lớn nhất.
- Tìm  $x$  để mặt phẳng  $(SDM)$  chia khối chóp  $S.CDHM$  thành hai phần có thể tích bằng nhau.

**Bài 4.** Tùy theo  $m$ , biện luận số nghiệm của phương trình  $(m-3).9^x + 2(m+1).3^x - m - 1 = 0$ .

## ĐỀ SỐ 7

**Bài 1.** Cho hàm số  $y = \frac{(m+1)x^2 - 2mx - m^3 + m^2 + 2}{x-m}$  ( $C_m$ ).

- Khảo sát hàm số và vẽ đồ thị  $(C)$  ứng với  $m=1$ .
- Tìm các điểm trên hoành mà từ đó kẻ đúng một tiếp tuyến với  $(C)$ .
- Tìm  $m$  để  $(C_m)$  đạt cực đại và cực tiểu trong khoảng  $(0; 2)$ . Viết phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị.
- Chứng minh rằng tiệm cận xiên của  $(C_m)$  luôn tiếp xúc với  $(P): y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{4}$ .

**Bài 2.**

- Giải phương trình  $2^{\sqrt{3-x}} = -x^2 + 8x - 14$ .
- Giải phương trình  $x^{\log_2 9} = x^2 . 3^{\log_2 x} - x^{\log_2 3}$ .

**Bài 3.** Cho tứ diện  $ABCD$  có cạnh  $CD = 2a$ , các cạnh còn lại đều bằng  $a\sqrt{2}$ .

- Chứng minh rằng  $AC \perp AD; BC \perp BD; AB \perp CD$  và  $(ACD) \perp (BCD)$ .
- Tính thể tích khối tứ diện đã cho.
- Xác định tâm  $I$  và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện.
- Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $I$  trên  $(ABC)$ . Chứng minh rằng  $H$  là trực tâm của tam giác  $ABC$ .

**Bài 4.** Tìm  $m$  để phương trình  $\sqrt[4]{2x-2} + \sqrt{2x-2} + 2\sqrt[4]{7-x} + 2\sqrt{7-x} = m$  có 2 nghiệm phân biệt.

## GỢI Ý & ĐÁP ÁN ĐỀ CƯƠNG HỌC KỲ I MÔN TOÁN 12 NĂM HỌC 2011 – 2012

### ĐỀ SỐ 1.

**Bài 1.** a) Học sinh tự làm.

b) Đáp số:  $m \geq -3$ .

c) Đáp số:  $m = -\frac{3}{2}$ .

d) Hướng dẫn: Phương trình hoành độ giao điểm:  $(x-1)(x^2+(m+1)x+m+1)=0$ . Đáp số:  $m \in (-\infty; -2\sqrt{6}] \cup [2\sqrt{6}; +\infty)$ .

**Bài 2.** a) Chú ý rằng  $c^2 - b^2 = a^2$ ;  $\log_a x = \frac{1}{\log_x a}$ ;  $\log_a x + \log_a y = \log_a (xy)$ .

b) Điều kiện:  $1 \neq x < \frac{3}{2}$ . Ta có  $\log_{3-2x} [(3-2x)(3-x)] + \log_{3-x} (3-2x)^2 - 4 = 0$ . Đáp số:

$x = 0; x = \frac{3}{4}$ .

**Bài 3.** a)  $V = \frac{a^3 \sqrt{1 - \tan^2 \varphi}}{6 \tan \varphi}$ .

b)  $R = \frac{a}{2 \sin 2\varphi \sqrt{1 - \tan^2 \varphi}}$ ;  $S_{mc} = \frac{\pi a^2}{\sin^2 2\varphi (1 - \tan^2 \varphi)}$ ;  $V_{kc} = \frac{a^3 \pi}{6 \sin^3 2\varphi \sqrt{(1 - \tan^2 \varphi)^3}}$ .

c) Hướng dẫn: Lấy  $M$  là trung điểm của  $CD$ . Kẻ phân giác trong góc  $M$  của tam giác  $SOM$ , cắt  $SO$  tại  $E$  thì  $E$  là tâm nội tiếp. Đáp số:  $r = \frac{a\sqrt{1 - \tan^2 \varphi}}{2(1 + \tan \varphi)}$ .

d) Ta có  $SO = R + r$ . Biến đổi ta được  $\tan \varphi = -1 + \sqrt{2}$ .

### ĐỀ SỐ 2.

**Bài 1.** a) Học sinh tự giải.

b)  $m < 1$ : vô nghiệm.  $m = 1$ : một nghiệm.  $m > 1$ : hai nghiệm.

c) Điều kiện để có cực trị:  $m < 3$ . Ta có  $y = y' \left( \frac{1}{3}x + \frac{1}{3} \right) + \left( 2 - \frac{2m}{3} \right)x + \frac{m}{3} - 1$ . Phương

trình đường thẳng qua hai cực trị:  $y = \left( 2 - \frac{2m}{3} \right)x + \frac{m}{3} - 1$ .

d) Điều kiện:  $0 \neq m < \frac{9}{4}$ . Đáp số:  $m = \frac{9 \pm \sqrt{65}}{8}$ .

**Bài 2.** a)  $x = 1$ .

b)  $x = 16; x = 2; x = \frac{1}{2}$ .

**Bài 3.** a)  $V = \frac{\sqrt{2}}{3} a^3$ .

b)  $R = a$ .

c)  $M \in SI$  sao cho  $\frac{SM}{SI} = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ .

$$d) S = \frac{a(ax+a)\sqrt{2(1-x)^2+1}}{2}.$$

**Bài 4.**  $m \in [\sqrt{2}-1; 1].$

**ĐỀ SỐ 3**

**Bài 1.**

- Học sinh tự giải.
- $A = \left(0; \frac{3}{2}\right)$
- $m = \sqrt[3]{2}.$
- $m = \frac{5}{2}.$

**Bài 2.**

- $4 \leq m \leq \frac{64}{7}.$
- $x = 2; x = -\sqrt{2}-1; x = -1.$

**Bài 3.**

- Học sinh tự chứng minh.
- Đs:  $V_{OABC} = \frac{abc}{24}.$
- Đs:  $r = \frac{a}{4}.$
- Đs:  $r = \frac{a(3-\sqrt{3})}{6}.$

**Bài 4.** Đs:  $\min y = y(-1) = 2; \max y = y(1) = 12.$

**ĐỀ SỐ 4**

**Bài 1.**

- Học sinh tự giải.
- Đs:  $a = \frac{1}{4}.$
- Đs:  $M(x_0; y_0) \in (C) / x_0 \in \left(\frac{-\sqrt{6}}{2}; \frac{\sqrt{6}}{2}\right).$
- Đs:  $I \in y = -a \left(\frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{2}} < a < \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right).$

**Bài 2.**

- Đs:  $m \leq \frac{1225}{32}.$
- Đs:  $x = 3.$

**Bài 3.**

- Học sinh tự chứng minh.
- Đs: góc giữa đường thẳng  $CB'$  và mặt phẳng  $(ACC'A') = 30^\circ.$
- Đs:  $AI = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$

d) Đs:  $S = \frac{a^2}{\sqrt{2}}$ .

**Bài 4.** học sinh tự chứng minh.

**ĐỀ SỐ 5**

**Bài 1.**

- a) Học sinh tự giải
- b) Đs:  $m < 0$ : 2 nghiệm phân biệt;  $m \geq 1$ : vô nghiệm;  $0 \leq m < 1$ : 1 nghiệm duy nhất.
- c) Học sinh tự chứng minh.
- d) Đs:  $(\Delta_1)$ :  $y = x + 1$ ;  $(\Delta_2)$ :  $y = x + 5$ .

**Bài 2.**

- a) Đs: vô nghiệm
- b) Đs:  $\begin{cases} m < 0 \\ m = 16. \end{cases}$

**Bài 3.**

- a) Đs:  $AB = AC = 2a\sqrt{2}$ ;  $BC = 2a\sqrt{6}$ .
- b) Học sinh tự chứng minh.
- c) Đs:  $V_1 = 36\pi a^3$ .
- d) Đs:  $V_2 = 32\pi a^3\sqrt{3}$ .

**Bài 4.** Đs:  $\min y = y(\pm 1) = -18$ .

**ĐỀ SỐ 6**

**Bài 1.**

- a) Học sinh tự giải
- b)  $m = 2$ : 1 nghiệm;  $\frac{1}{2} < m < \frac{3}{2}$ : 3 nghiệm;  $\begin{cases} m \geq \frac{3}{2} \\ m < \frac{1}{2} \end{cases}$ : vô nghiệm.
- c) Học sinh tự chứng minh.
- d) Đs:  $\begin{cases} m(1;1) \\ m\left(-\frac{1}{2}; -2\right) \end{cases}$ .

**Bài 2.**

- a) Đs:  $x = 0$ ;  $x = 1$ .
- b) Đs:  $0 \leq m \leq 2$ .

**Bài 3.**

- a)  $V_{SABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .
- b) k chạy trên cung tròn góc BDC.
- c) Đs:  $x = \frac{a}{3}$ .
- d) Đs:  $x = \frac{2a}{3}$ .

**Bài 4.** Đs:  $m \in (-1; 0)$ : vô nghiệm;  $m = 1$ : 1 nghiệm;  $m \in (1; 3)$ : 2 nghiệm phân biệt.

**ĐỀ SỐ 7**

**Bài 1.**

- a) Học sinh tự giải.
- b) Đs:  $A = (0;0)$ .
- c) Đs:  $m > -1$ .  $y = 2(m+1)(-2m)$ .
- d) Đs:  $x = \frac{5}{4}$ .

**Bài 2.**

- a) Đs:  $x = 3$ .
- b) Đs:  $x = 2$ .

**Bài 3.**

- a) Học sinh tự chứng minh.
- b) Đs:  $V_{ABC} = \frac{a^3}{3}$ .
- c) Đs:  $r = a$ .
- d) Học sinh tự chứng minh.

**Bài 4.** Đs:  $2\sqrt[4]{6} + 2\sqrt{6} \leq m < 3\sqrt[4]{4} + 3\sqrt{4}$ .

www.hn-ams.edu.vn