

TRƯỜNG THPT CHUYÊN HÀ NỘI – AMSTERDAM  
TỔ TOÁN – TIN

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

**ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ II  
MÔN TOÁN LỚP 12**

**Năm học: 2013 – 2014**

*Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)*

**Bài 1. (2,5 điểm – 3 điểm)**

Cho hàm số  $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$ .

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
- Tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng  $d_1: y = 2x - m$  cắt đồ thị (C) tại hai điểm A, B phân biệt sao cho A, B cách đều đường thẳng  $d_2: 2x + 2y + 1 = 0$ .

**Bài 2. (2 điểm – 2 điểm)**

a) Tính tích phân:  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x - 3 \sin x}{4 + \cos x} dx$

b) Giải bất phương trình:  $\log_3(x^3 + 1) \geq \log_9(2x + 1)^2 + \frac{1}{2} \log_{\sqrt{3}}(x + 1)$ .

**Bài 3 (4 điểm – 4 điểm):**

Trong không gian tọa độ  $Oxyz$  cho đường thẳng  $\Delta$  và mặt phẳng (P) có phương trình lần lượt là  $\Delta: \frac{x}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{-2}$ ; (P):  $2x - y + z + 5 = 0$

- Tìm tọa độ giao điểm A của đường thẳng  $\Delta$  và mặt phẳng (P). Xác định sin của góc giữa đường thẳng  $\Delta$  và mặt phẳng (P).
- Viết phương trình mặt phẳng (Q) song song với đường thẳng  $\Delta$ , vuông góc với mặt phẳng (P) đồng thời khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (Q) bằng  $\sqrt{5}$ .
- Viết phương trình mặt cầu có tâm I nằm trên đường thẳng  $\Delta$ , đi qua điểm  $B(-1; 1; 1)$  và cắt mặt phẳng (Oxz) theo thiết diện là một hình tròn có diện tích bằng  $4\pi$ .

**Bài 4 (1 điểm – 1 điểm):**

Cho số phức z thỏa mãn điều kiện  $(3 + 2i)z - 6iz = (1 - 2i)[z - (2 + 10i)]$ . Tính  $|z + 4|$ .

**Bài 5 (0,5 điểm) Chỉ dành cho các lớp 12T1, 12T2, 12Ti, 12Si, 12H1, 12H2, 12L1, 12L2**

Cho a, b, c là các số thực dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$Q = \frac{1}{3a + 4c + 4\sqrt{ab}} + \frac{a + b + c}{b + 1 + 2\sqrt{ac}}$$

----- **Hết** -----

**Thang điểm:** Các lớp 12T1, 12T2, 12L1, 12L2, 12H1, 12H2, 12Tin, 12Sinh:  $2,5đ + 2,0đ + 4đ + 1đ + 0,5đ$

Các lớp còn lại:  $3đ + 2đ + 4đ + 1đ$

**TRƯỜNG HÀ NỘI – AMSTERDAM**  
**TỔ TOÁN – TIN**

**ĐÁP ÁN ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ II**  
**Môn: Toán lớp 12. Năm học: 2013 – 2014**

<b>BÀI</b>	<b>ĐÁP ÁN</b>	<b>ĐIỂM</b>												
<b>Bài 1</b>		<b>(2,5điểm – 3điểm)</b>												
<b>a)</b>	<b>Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số</b>	<b>(1,5điểm – 2điểm)</b>												
	<p>* Tập xác định: <math>D = R \setminus \{-1\}</math>.</p> <p>* Sự biến thiên: <math>y' = \frac{3}{(x+1)^2} &gt; 0 \forall x \in D</math>.</p> <p>Hàm số đồng biến trên các khoảng <math>(-\infty; -1)</math> và <math>(-1; +\infty)</math>.</p> <p>Hàm số không có cực trị.</p> <p>* Có <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{x+1} = 2</math>; <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{x+1} = 2</math>; <math>\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x-1}{x+1} = +\infty</math>; <math>\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x-1}{x+1} = -\infty</math></p> <p><math>\Rightarrow</math> tiệm cận ngang là <math>y = 2</math>, tiệm cận đứng là <math>x = -1</math>.</p>	<b>0,25 – 0,5</b>												
	<p>* Bảng biến thiên:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>x</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>-\infty</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>-1</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>y'</math></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">-</td> <td style="padding: 5px; border-left: 3px double black; border-right: 3px double black;"></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">-</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>y</math></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">2</td> <td style="padding: 5px; border-left: 3px double black; border-right: 3px double black; text-align: center;"><math>+\infty</math></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">2</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;"><i>(Note: The graph shows two increasing branches separated by a vertical asymptote at x = -1. The left branch starts at y = 2 as x approaches -infinity and goes to +infinity as x approaches -1 from the left. The right branch starts at -infinity as x approaches -1 from the right and approaches y = 2 as x goes to +infinity.)</i></p>	$x$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$	$y'$	-		-	$y$	2	$+\infty$	2	<b>0,5 – 0,5</b>
$x$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$											
$y'$	-		-											
$y$	2	$+\infty$	2											
	* Đồ thị: Học sinh vẽ đúng dáng đồ thị	<b>0,5 – 0,5</b>												
<b>b)</b>	<b>Tìm giá trị của m...</b>	<b>(1điểm – 1 điểm)</b>												
	<p>Phương trình hoành độ giao điểm của <math>d_1</math> và <math>(C)</math> :</p> $\frac{2x-1}{x+1} = 2x - m \Leftrightarrow 2x^2 - mx - m + 1 = 0; x \neq -1 \quad (1)$ <p>Đường thẳng <math>d_1</math> cắt <math>(C)</math> tại hai điểm phân biệt <math>\Leftrightarrow</math> phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt <math>x \neq -1</math></p> $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 2 + m - m + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 + 8m - 8 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -4 - 2\sqrt{6} \\ m > -4 + 2\sqrt{6} \end{cases}$	<b>0,5 - 0,5</b>												
	<p>Giả sử <math>A(x_A; 2x_A - m), B(x_B; 2x_B - m)</math>; trong đó <math>x_A, x_B</math> là nghiệm của phương trình (1). Ta có: <math>x_A + x_B = \frac{m}{2}, x_A x_B = \frac{1-m}{2}</math>.</p>													

	<p>Vì hai đường thẳng <math>d_1, d_2</math> phân biệt và không song song với nhau nên các điểm A, B đối xứng với nhau qua <math>d_2 \Leftrightarrow</math> trung điểm I của AB nằm trên <math>d_2</math>. Ta có</p> $I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right) = I\left(\frac{m}{4}; -\frac{m}{2}\right) \in d_2 \Leftrightarrow \frac{m}{2} - m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = 2$ <p style="text-align: right;">(thỏa mãn)</p>	<b>0,5 - 0,5</b>
<b>Bài 2</b>		<b>(2, điểm)</b>
<b>a)</b>	<b>Tính tích phân ...</b>	<b>(1,0 điểm)</b>
	$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x - 3 \sin x}{4 + \cos x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2 \cos x - 3 \sin x}{4 + \cos x} dx$ <p>Đặt <math>t = 4 + \cos x \Rightarrow dt = -\sin x dx</math>. Khi <math>x = 0 \Rightarrow t = 5</math>; <math>x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 4</math></p> <p>Vậy <math>I = - \int_5^4 \frac{2(t-4) - 3}{t} dt = \int_4^5 \frac{2t-11}{t} dt</math></p> $= \int_4^5 \left(2 - \frac{11}{t}\right) dt = (2t - 11 \ln  t ) \Big _4^5 = 2 - 11 \ln \frac{5}{4}$	<p><b>0,25đ</b></p> <p><b>0,25đ</b></p> <p><b>0,5đ</b></p>
<b>b)</b>	<b>Giải bất phương trình</b> $\log_3(x^3 + 1) \geq \log_9(2x + 1)^2 + \frac{1}{2} \log_{\sqrt{3}}(x + 1)$	<b>(1,0 điểm)</b>
	<p>Điều kiện: <math>x &gt; -1</math>; <math>x \neq -\frac{1}{2}</math></p> <p>Bpt <math>\Leftrightarrow \log_3(x^3 + 1) \geq \log_3  2x + 1  (x + 1) \Leftrightarrow x^2 - x + 1 \geq  2x + 1 </math></p> $\Leftrightarrow (x^2 - 3x)(x^2 + x + 2) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq 0 \end{cases}$ <p>Kết hợp điều kiện <math>\Rightarrow</math> nghiệm của bpt là <math>\begin{cases} x \geq 3 \\ -1 &lt; x \leq 0; x \neq -\frac{1}{2} \end{cases}</math></p>	<p><b>0,25đ</b></p> <p><b>0,5đ</b></p> <p><b>0,25đ</b></p>
<b>Bài 3</b>		<b>4,0 điểm</b>
<b>a)</b>	<b>Tìm giao điểm ...</b>	<b>2,0 điểm</b>
	<p>* Có <math>\Delta : \begin{cases} x = -2t \\ y = 1+t \\ z = 3-2t \end{cases} \in \mathbb{R}</math>. Vì <math>A \in \Delta \Rightarrow A \in (2t; 1+t; 3-2t)</math></p> <p>Do <math>A \in (P) \Rightarrow -4t - 1 - t + 3 - 2t + 5 = 0 \Leftrightarrow -7t + 7 = 0 \Rightarrow t = 1</math></p> <p>Vậy <math>A(-2; 2; 1)</math></p> <p>* Có vtcp của đường thẳng <math>\Delta</math> là <math>\vec{u} \in (2; 1; -2)</math></p> <p>vtpt của mặt phẳng (P) là <math>\vec{n} \in (-1; 1; 1)</math></p> <p>Gọi <math>\alpha</math> là góc giữa đường thẳng <math>\Delta</math> và mặt phẳng (P) thì:</p>	<p><b>0,5đ</b></p> <p><b>0,5đ</b></p> <p><b>0,25đ</b></p> <p><b>0,25đ</b></p>

	$\sin \alpha = \frac{\left  \begin{array}{c} \vec{u} \cdot \vec{n} \\ \left  \vec{u} \right  \left  \vec{n} \right  \end{array} \right }{18} = \frac{7\sqrt{6}}{18}$	0,5đ
<b>b)</b>	<b>Viết phương trình mặt phẳng ...</b>	1 điểm
	<p>Gọi vpt của (Q) là <math>\vec{n}_1</math>.</p> <p>Từ <math>\begin{cases} (Q) // \Delta \\ (Q) \perp (P) \end{cases} \Rightarrow</math> ta chọn <math>\vec{n}_1 = \begin{bmatrix} \vec{u} \\ \vec{n} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}</math></p> <p><math>\Rightarrow</math> pt mặt phẳng (Q) có dạng (Q): <math>-x - 2y + D = 0</math></p> <p>Có d <math>\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ D \end{pmatrix} \perp \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \frac{2-4+D}{\sqrt{5}} = \frac{D-2}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} \Rightarrow  D-2 =5 \Leftrightarrow \begin{cases} D=7 \\ D=-3 \end{cases}</math></p> <p>Vậy ptmp (Q) là: (Q): <math>x + 2y + 3 = 0</math> hoặc (Q): <math>x + 2y - 7 = 0</math></p>	0,25đ 0,25đ 0,5đ
<b>c)</b>	<b>Viết phương trình mặt cầu ...</b>	1 điểm
	<p>Gọi R, r theo thứ tự là bán kính mặt cầu (S) và đường tròn</p> <p>Từ <math>I \in \Delta \Rightarrow I \in \begin{pmatrix} 2u \\ 1+u \\ 3-2u \end{pmatrix} \Rightarrow R^2 = IB^2 = 9u^2 - 12u + 5</math>.</p> <p>Ta có <math>r = 2</math>. Vì <math>R^2 = d^2 + r^2 \Leftrightarrow 9u^2 - 12u + 5 =  1+u ^2 + 4</math></p> <p><math>\Leftrightarrow 8u^2 - 14u = 0 \Leftrightarrow u = 0</math> hoặc <math>u = \frac{7}{4}</math></p> <p>* Khi <math>u = 0 \Rightarrow I \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow R^2 = 5</math></p> <p>* Khi <math>u = \frac{7}{4} \Rightarrow I \begin{pmatrix} -\frac{7}{2} \\ \frac{11}{4} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \Rightarrow R^2 = \frac{185}{16}</math></p> <p>Vậy pt trình mặt cầu (S) cần tìm là: (S): <math>x^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 5</math> hoặc</p> <p>(S): <math>\left(x + \frac{7}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{11}{4}\right)^2 + \left(z + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{185}{16}</math></p>	0,5đ 0,25đ 0,25đ
<b>Bài 4</b>		1,0 điểm
	<p>Ta có <math>(3+2i)z - 6iz = 1-2i \Rightarrow [z - 2+10i]</math>.</p> <p><math>\Leftrightarrow (3+2i-6i-1+2i)z = (2i-1)(2+10i)</math></p> <p><math>\Leftrightarrow (1-i)z = -11-3i \Leftrightarrow z = -4-7i</math></p> <p>Vậy <math> z+4  =  -7i  = 7</math>.</p>	0,5đ 0,25đ 0,25đ
<b>Bài 5</b>	<b>Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức ... (Ban nâng cao)</b>	0,5 điểm
	<p>Đánh giá <math>Q \geq \frac{1}{4(a+b+c)} + \frac{a+b+c}{a+b+c+1}</math>. Đặt <math>t = a+b+c</math> (<math>t &gt; 0</math>) thì</p> <p><math>f(t) = \frac{1}{4t} + \frac{t}{t+1}</math> (<math>t &gt; 0</math>)</p> <p>Ta có <math>f'(t) = \frac{3t^2 - 2t - 1}{4t^2(t+1)^2}</math>; <math>f' \begin{pmatrix} &gt; \\ &lt; \end{pmatrix} 0 \Leftrightarrow t=1</math>.</p> <p>Lập bảng biến thiên ta nhận được <math>Q_{\min} = \frac{3}{4}</math> khi <math>a=c=\frac{4}{9}; b=\frac{1}{9}</math>.</p>	0,25đ 0,25đ

