TRƯỜNG THPT CHUYÊN HÀ NỘI – AMSTERDAM
TỔ TOÁN – TIN

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI HỌC KỲ I
NĂM HỌC 2012 – 2013
Môn: *Toán lớp 10*
Thời gian làm bài: *120 phút.*

Bài 1 ***(3 điểm).*** Cho hàm số $y = f(x) = x^2 + (2m+1)x + m^2 - 1 \quad (1)$ với m là tham số.

a) Với $m = 1$:

i) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (P) của hàm số.

ii) Biện luận theo k số nghiệm của phương trình $|x^2 + 3x| - 2k + 1 = 0.$

b) Tìm các giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số (1) trên đoạn $[0;1]$ bằng 1.

Bài 2 ***(3 điểm).***

a) Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $mx^2 - 2(m-1)x + 3m - 6 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1 + 2x_2 = 1.$

b) Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + m^2 y = m + 1 \\ m^2 x + y = 3 - m \end{cases}$ với m là tham số.

i) Giải và biện luận hệ phương trình đã cho theo tham số *m.*

ii) Trong trường hợp hệ có nghiệm duy nhất $(x;y)$, tìm các giá trị của m để $S = x + y$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài 3 ***(3.5 điểm).***

a) Trong mặt phẳng tọa độ *Oxy*, cho ba điểm $A(4;3), B(-2;-1)$ và $C(8;-1)$. Chứng minh rằng A, B, C là ba đỉnh của tam giác và tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC.

b) Trên các cạnh AB, BC, CA của tam giác ABC lần lượt lấy các điểm D, M, E sao cho D là trung điểm của AB, M là trung điểm của $BC, AE = \frac{2}{3}AC$. Gọi N là trung điểm của đoạn thẳng DE.

i) Phân tích các véctơ $\overrightarrow{AM}$ và $\overrightarrow{AN}$ theo hai véctơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}.$

ii) (*Chỉ dành cho các lớp L1, L2, H1, H2, Tin, Sinh*) Trong trường hợp tam giác ABC có $AB = a, AC = 2a$ và góc $\widehat{A} = 120^0$, hãy tính độ dài đoạn thẳng MN theo a.

Bài 4 ***(0.5 điểm).*** Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $a + b + c \le \frac{3}{2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = a + b + c + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}.$

-------- HẾT --------

TRƯỜNG THPT CHUYÊN HÀ NỘI – AMSTERDAM

TỔ TOÁN – TIN

ĐÁP ÁN ĐỀ THI HỌC KỲ I

NĂM HỌC 2012 – 2013

Môn: *Toán lớp 10*

Thời gian làm bài: *120 phút.*

Bài 1.

Câu a) Với $m=1,$ ta có $(P): y=x^2+3x.$

i) (*1.5 điểm*) Học sinh tự làm.

ii) (*1 điểm*) Học sinh tự làm.

Câu b) (*0.5 điểm*) Xét ba trường hợp:

Trường hợp 1: $-\dfrac{2m+1}{2}\le 0 \Leftrightarrow m\ge -\dfrac{1}{2}.$ Khi đó ta có:

$$\min f(x)=f(0)=m^2-1=1\Leftrightarrow m=\pm\sqrt{2}\Rightarrow m=\sqrt{2}.$$

Trường hợp 2: $0<-\dfrac{2m+1}{2}<1\Leftrightarrow -\dfrac{3}{2}<m<-\dfrac{1}{2}.$ Khi đó ta có:

$$\min f(x)=f\left(-\frac{2m+1}{2}\right)=-\frac{4m+5}{4}=1\Leftrightarrow m=-\frac{9}{4}\Rightarrow \text{ loại.}$$

Trường hợp 3: $-\dfrac{2m+1}{2}\ge 1\Leftrightarrow m\le -\dfrac{3}{2}.$ Khi

$$\min f(x)=f(1)=m^2+2m+1=1\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-2\\ m=0\end{array}\right.\Rightarrow m=-2.$$

Vậy các giá trị cần tìm là $m=-2, m=\sqrt{2}.$

Bài 2.

Câu a) (*1 điểm*) Phương trình có hai nghiệm $x_1,x_2\Leftrightarrow \begin{cases} m\ne 0\\ \Delta'=-m^2+4m+1\ge 0\end{cases}(*)$

Theo định lý Vietè và giả thiết, ta có $\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{2m-2}{m}\\ x_1+2x_2=1\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} x_1=\dfrac{3m-4}{m}\\ x_2=\dfrac{-m+2}{m}\end{cases}$

Mặt khác, $x_1x_2=\dfrac{3m-6}{m}$ nên $m=2; m=\dfrac{2}{3}.$

Cả hai giá trị $m=2; m=\dfrac{2}{3}$ cùng thỏa mãn $(*)$ nên chúng là các giá trị cần tìm.

Câu b) i) (*1.5 điểm*) Ta có

$D=1-m^4, D_x=(m-1)(m^2-2m-1), D_y=(m-1)(-m^2-2m-3).$

Trường hợp 1: Nếu $m=1\Rightarrow D=D_x=D_y=0\Rightarrow$ Hệ phương trình vô số nghiệm $(x;2-x),$ với $x\in R.$

Trường hợp 2: Nếu $m=-1\Rightarrow D=0, D_x=-4\ne 0\Rightarrow$ Hệ phương trình vô nghiệm.

Trường hợp 3: Nếu $m \neq \pm 1 \Rightarrow D \neq 0 \Rightarrow$ Hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)$ với $x = \dfrac{-m^2+2m+1}{(m+1)(m^2+1)}, y = \dfrac{m^2+2m+3}{(m+1)(m^2+1)}$.

ii) (*0.5 điểm*) Khi $m \neq \pm 1$ hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)$ với $x = \dfrac{-m^2+2m+1}{(m+1)(m^2+1)}, y = \dfrac{m^2+2m+3}{(m+1)(m^2+1)}$.

Ta có $S = x + y = \dfrac{4}{m^2+1} \leq 4, \forall m \neq \pm 1$. Dấu bằng xảy xa khi và chỉ khi $m = 0$.

Bài 3.

Câu a) (*2 điểm*) Ta có $\overrightarrow{AB} = (-6;-4), \overrightarrow{AC} = (4;-4)$.

Vì $\dfrac{-6}{-12} \neq \dfrac{4}{-4}$ nên A, B, C không thẳng hàng nên nó là ba đỉnh của tam giác.

Gọi $H(x;y)$ là trực tam giác $\Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH}.\overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 5 \end{cases}$. Vậy $H(4;5)$.

Câu b) i) (*1 điểm* đối với các lớp L1, L2, H1, H2, Sinh, *1.5 điểm* đối với các lớp còn lại)

Ta có : $\overrightarrow{AM} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

$$\overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}\right) = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}.$$

ii) (*0,5 điểm*) Ta có : $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = -\dfrac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \dfrac{1}{6}\overrightarrow{AC}$. Do đó,

$$\begin{aligned} MN^2 &= \frac{1}{16}AB^2 + \frac{1}{36}AC^2 + \frac{1}{12}AB.AC.\cos 120^0 \\ &= \frac{1}{16}a^2 + \frac{1}{9}a^2 + \frac{1}{6}a^2\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{13}{144}a^2. \end{aligned}$$

Vậy $MN = \dfrac{a\sqrt{13}}{12}$.

Bài 4. Ta có $P = \left(a + \dfrac{1}{4a}\right) + \left(b + \dfrac{1}{4b}\right) + \left(c + \dfrac{1}{4c}\right) + \dfrac{3}{4}\left(\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{c}\right)$

$$\geq 1 + 1 + 1 + \frac{3}{4}.\frac{3}{\sqrt[3]{abc}} \geq 3 + \frac{9}{4}.\frac{1}{\frac{a+b+c}{3}} = 3 + \frac{9}{4}.2 = \frac{15}{2}.$$