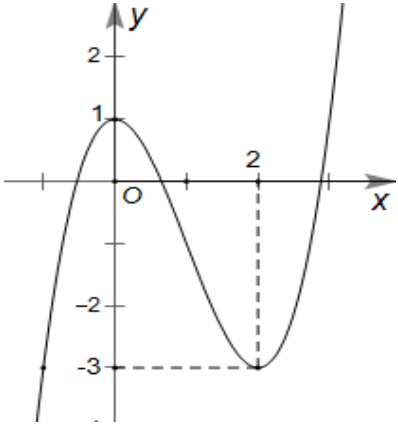
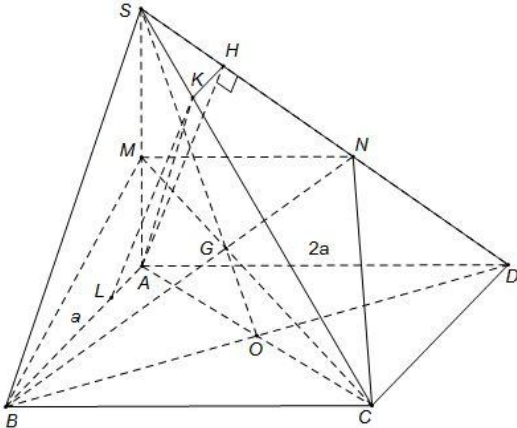
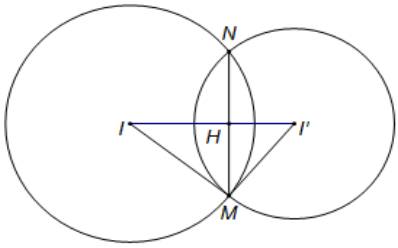


ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM

Câu	Đáp án	Điểm																
<p>Câu I (2 điểm)</p>	<p>1. (1 điểm) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số khi $m = 0$ (Tóm tắt)</p> <p>$m = 0 \Rightarrow y = x^3 - 3x^2 + 1.$</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tập xác định: $\mathbb{R}.$ • Sự biến thiên: <p>Bảng biến thiên:</p> <table border="1" data-bbox="488 506 1145 763"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>$+$</td> <td>0</td> <td>$-$</td> <td>0</td> <td>$+$</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$-\infty$</td> <td>1</td> <td>-3</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table> <ul style="list-style-type: none"> • Đồ thị: 	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	y'	$+$	0	$-$	0	$+$	y	$-\infty$	1	-3	$+\infty$	<p>1 đ</p>
	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$													
y'	$+$	0	$-$	0	$+$													
y	$-\infty$	1	-3	$+\infty$														
<p>2. (1 điểm) Tìm m để đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị tạo với Δ góc 45°</p> <p>Để hàm số có 2 điểm cực trị thì phương trình $y'(x) = 3(x^2 - 2x + m) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta_{y'} = 9(1 - m) > 0 \Leftrightarrow m < 1.$ Gọi $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ là 2 điểm cực trị của $(C_m),$ ta có: $y(x) = \frac{1}{3}(x-1)y'(x) + 2(m-1)x + 1.$ Thay tọa độ của A, B vào đẳng thức này, chú ý rằng $y'(x_1) = y'(x_2) = 0$ ta có: $\begin{cases} y_1 = 2(m-1)x_1 + 1 \\ y_2 = 2(m-1)x_2 + 1 \end{cases}$$\Rightarrow d: y = 2(m-1)x + 1$ là đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của hàm số.</p> <p>Đường thẳng d có vecto pháp tuyến $\vec{n}_1 = (2m-2; -1),$ đường thẳng Δ có vecto pháp tuyến $\vec{n}_2 = (3; 1).$ Ta</p> <p>có: $\cos(d, \Delta) = \cos 45^\circ = \frac{ \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 }{ \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 } \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{ 6(m-1) - 1 }{\sqrt{4(m-1)^2 + 1^2} \cdot \sqrt{3^2 + 1^2}} \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow 4m^2 - 11m + 6 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{3}{4}$ (loại nghiệm $m = 2$).</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p>																	
<p>1. (1 điểm) giải phương trình lượng giác</p>																		

	$\sin\left(\frac{3\pi}{10} - \frac{x}{2}\right) = \frac{1}{2}\sin\left(\frac{\pi}{10} + \frac{3x}{2}\right) \quad (1).$ Đặt $t = \frac{3\pi}{10} - \frac{x}{2} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{3\pi}{10} - t$ thay vào phương trình (1) $\Rightarrow \sin t = \frac{1}{2}\sin\left[\frac{\pi}{10} + 3\left(\frac{3\pi}{10} - t\right)\right] \Leftrightarrow \sin t = \frac{1}{2}\sin(\pi - 3t) \Leftrightarrow 2\sin t = \sin 3t$	0,5đ
	$\Leftrightarrow 2\sin t = 3\sin t - 4\sin^3 t \Leftrightarrow \sin t(4\sin^2 t - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin t = 0 \\ 4\sin^2 t - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = k\pi \\ \cos 2t = \frac{1}{2} \end{cases}$	0,5đ
Câu II (2 điểm)	2 (1 điểm) Tìm m để phương trình có nghiệm	
	Điều kiện $-1 \leq x \leq 1$. Đặt $x = \sin t$ với $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow \sin^2 t + \cos^3 t = m$.	
	Đặt $u = \cos t \Rightarrow 0 \leq u \leq 1 \Rightarrow f(u) = 1 - u^2 + u^3 = m$ $f'(u) = -2u + 3u^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u = 0 \\ u = \frac{2}{3} \end{cases}$	1đ
Câu III (1 điểm)	$I = \int_0^{\ln 2} \frac{1 - e^x}{1 + e^x} dx = \int_0^{\ln 2} \left(1 - 2 \frac{e^x}{e^x + 1}\right) dx = \int_0^{\ln 2} dx - 2 \int_0^{\ln 2} \frac{d(e^x + 1)}{e^x + 1} = \ln 2 - 2 \ln(e^x + 1) \Big _0^{\ln 2}$ $= 3 \ln 2 - 2 \ln 3 = \ln\left(\frac{8}{9}\right).$	1 đ
Câu IV (1 điểm)	 <p>H là hình chiếu của A trên SD, qua H kẻ $HK \parallel CD (K \in SC)$, qua K kẻ $KL \parallel AH (L \in AB) \Rightarrow KL$ là đoạn vuông góc chung của AB và SC. Do đó khoảng cách giữa AB và SC chính bằng độ dài $KL = AH$.</p> <p>Vì $SA \perp (ABCD) \Rightarrow \widehat{SBA} = 60^\circ \Rightarrow SA = AB \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$. Trong tam giác vuông SAD: $SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = a\sqrt{7}$.</p> <p>Và $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow AH = \frac{AS \cdot AD}{\sqrt{AS^2 + AD^2}} = \frac{2a\sqrt{21}}{7}$.</p>	0,5đ
	<p>Gọi O là tâm hình chữ nhật $ABCD$, G là giao điểm của SO và MC, kẻ BG cắt SD tại N thì $BCNM$ là thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ và (BCM).</p> <p>Gọi V, V_1, V_2 lần lượt là thể tích của các hình chóp $S.ABCD, S.ACB$ và $S.ACD$; còn V', V'_1, V'_2 lần lượt là thể tích của các hình chóp $S.BCNM, S.MCB$ và $S.MCN$. Dễ thấy $V_1 = V_2 = \frac{1}{2}V$. Xét tỉ số: $\frac{V'}{V} = \frac{V'_1 + V'_2}{V} = \frac{1}{2} \left(\frac{V'_1}{V_1} + \frac{V'_2}{V_2} \right) = \frac{1}{2} \frac{SM}{SA} \left(1 + \frac{SN}{SD} \right)$. Chú ý rằng, vì $AD \parallel BC \Rightarrow MN \parallel AD \Rightarrow \frac{SN}{SD} = \frac{SM}{SA} = \frac{2}{3}$. Vậy: $\frac{V'}{V} = \frac{5}{9} \Rightarrow V' = \frac{5}{9}V$. Mà</p>	0,5đ

	$V = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.a\sqrt{3}.a.2a = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3} \Rightarrow V' = \frac{5}{9} \cdot \frac{2a^3\sqrt{3}}{3} = \frac{10a^3\sqrt{3}}{27} \text{ (đvtt).}$	
Câu V (1 điểm)	<p>Có: $3^2 = \left(\sqrt{x+1} \frac{1}{\sqrt{x+1}} + \sqrt{y+1} \frac{1}{\sqrt{y+1}} + \sqrt{z+1} \frac{1}{\sqrt{z+1}} \right)^2 \leq A(x+y+z+3)$</p> <p>$\Rightarrow A \geq \frac{9}{x+y+z+3}$. Mặt khác giả thiết $\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - (x+y+z) \leq \frac{4}{3}$. Dễ dàng chứng minh được $x^2 + y^2 + z^2 \geq \frac{1}{3}(x+y+z)^2$, nên nếu ta đặt $t = x+y+z$ thì</p> <p>$\frac{1}{3}t^2 - t \leq \frac{4}{3} \Leftrightarrow 0 < t \leq 4$ (vì x, y, z dương). Hơn nữa hàm số $y = \frac{1}{t+3}$ nghịch biến nên</p> <p>$A \geq \frac{9}{4+3} = \frac{9}{7}$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x+y+z=4 \\ x+1=y+1=z+1 \end{cases} \Leftrightarrow x=y=z=\frac{4}{3}$.</p>	1đ
	1. (1 điểm) Xác định tọa độ các đỉnh của tam giác ABC	
	<p>Có 2 phương trình đường thẳng qua M và tạo với d một góc 45° là:</p> <p>$d_1: 4x+3y+1=0$ và $d_2: 3x-4y-18=0$.</p> <p><i>Trường hợp 1:</i> Chọn AB là $d_1 \Rightarrow B(-4;5)$. Ta có đường thẳng $AC: 3x-4y+7=0$. Từ đó suy ra $A(-1;1), C(3;4)$.</p> <p><i>Trường hợp 2:</i> Chọn AB là $d_2 \Rightarrow B(10;3), A\left(4;-\frac{3}{2}\right); C\left(-\frac{1}{2};\frac{9}{2}\right)$.</p>	1đ
	2. (1 điểm) Viết phương trình mặt phẳng (P) và tính độ dài MN	
Câu VI.a (2 điểm)	<p>Ta có: $A'(0;-3;4), C'(0;3;4)$. M là trung điểm của $A'B'$ nên $M\left(2;-\frac{3}{2};4\right)$. Mặt khác: $\overrightarrow{AM} = \left(2; \frac{3}{2}; 4\right), \overrightarrow{BC'} = (-4; 4; 4)$. (P) có vtpt \vec{n}_2 cùng phương với vecto $[\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BC'}] = (-6; 24; 12) \Rightarrow$ chọn $\vec{n}_2 = (1; 4; -2) \Rightarrow (P): x+4y-2z+12=0$. (AC') đi qua A và có vtcp $\vec{u} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AC'} = (0; 1; 0) \Rightarrow (AC): x=0; y=-3+t; z=4 (t \in \mathbb{R})$ thay vào PT của $(P) \Rightarrow t=2 \Rightarrow N(0; -1; 4) \Rightarrow MN = \frac{\sqrt{17}}{2}$.</p>	1đ
Câu VII.a (1 điểm)	<p>Giả sử $z = x + yi$. Theo bài ra ta có $x+1+(y-2)i = x+3+(4-y)i$</p> <p>$\Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 = (x+3)^2 + (y-4)^2 \Leftrightarrow y = x+5$.</p> <p>Số phức $w = \frac{z-2i}{z+i} = \frac{x+(y-2)i}{x+(1-y)i} = \frac{x^2 - (y-2)(y-1) + x(2y-3)i}{x^2 + (y-1)^2}$. w là một số ảo</p> <p>$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - (y-2)(y-1) = 0 \\ 2y-3 \neq 0, x^2 + (y-1)^2 > 0 (*) \end{cases} \Leftrightarrow x = -\frac{12}{7}; y = \frac{23}{7}$. Vậy $z = -\frac{12}{7} + \frac{23}{7}i$.</p>	1đ
	1. (1 điểm) Viết phương trình đường tròn	

<p>Câu VI.b (2 điểm)</p>	<p>Đường tròn (C) có tâm $I(1;-2)$, bán kính $R = \sqrt{3}$; đường tròn (C') có tâm $I'(5;1)$, bán kính R'. Khi đó $II' = 5$; Gọi M, N là giao điểm của (C) và (C'), theo giả thiết $MN = \sqrt{5}$. Gọi H là giao điểm của MN và II'. Ta có: $MH = HN = \frac{\sqrt{5}}{2}$.</p>  <p>Trong tam giác $\Delta I'MH$ ta có</p> $I'H^2 = I'M^2 = R^2 - \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 = \frac{7}{4}$ $\Rightarrow I'H = \frac{\sqrt{7}}{2} \Rightarrow HI' = II' - HI = 5 - \frac{\sqrt{7}}{2}. \text{ Suy ra}$ $MI' = \sqrt{HI'^2 + MH^2} = \sqrt{28 - 5\sqrt{7}} = R' \Rightarrow$ $(C') : (x-5)^2 + (y-1)^2 = 28 - 5\sqrt{7}.$	<p>1đ</p>
	<p>2. (1 điểm) Tìm min φ</p> <p>Có: $(BB'D'D)$ là: $1(x-1) + 1(y-0) + 0(z-0) = 0$ hay $x + y - 1 = 0$. Giả sử mặt phẳng (P) có vtpt $\vec{n}_p = (a; b; c)$, $(a^2 + b^2 + c^2 > 0)$. Ta có $\vec{CD}' = (-1; 0; 1)$. Do $CD' \subset (P) \Rightarrow \vec{n}_p \cdot \vec{CD}' = 0 \Leftrightarrow a = c$.</p> $\cos \varphi = \frac{ \vec{n} \cdot \vec{n}_p }{ \vec{n} \cdot \vec{n}_p } = \frac{ a+b }{\sqrt{2(2a^2 + b^2)}}. \text{ Mà } (a+b)^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{2a+1} \cdot b\right)^2 \leq \left(\frac{1}{2} + 1\right)(2a^2 + b^2)$ $\Rightarrow \cos \varphi \leq \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \varphi \geq 30^\circ. \text{ Vậy min } \varphi = 30^\circ.$	<p>1đ</p>
<p>Câu VII.b (1 điểm)</p>	<p>Điều kiện $\begin{cases} x > 0, y > 0 \\ \log_2 x \geq 1, \log_3 y \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ 0 < y \leq 243 \end{cases}$. Đặt $\begin{cases} u = \sqrt{\log_2 x - 1} \\ v = \sqrt{5 - \log_3 y} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u \geq 0 \\ v \geq 0 \end{cases}$.</p> <p>Hệ trở thành $\begin{cases} u^2 + 3v = 4 \\ v^2 + 3u = 4 \end{cases} \Rightarrow u^2 - v^2 - 3(u-v) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u = v \\ u + v = 3 \end{cases}$.</p> <p>TH 1 : $u = v \Rightarrow u^2 + 3u - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u = 1 \\ u = -4 \end{cases} \Leftrightarrow u = 1$. Giải ra được $\begin{cases} x = 4 \\ y = 81 \end{cases}$.</p> <p>TH 2 : $u + v = 3$, dễ thấy TH này vô nghiệm.</p>	<p>1đ</p>